

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA TURBINA PELTON PARA GENERACIÓN ELÉCTRICA, CAPACIDAD 2 KW.

ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO HIDRÁULICO Y MECÁNICO DE LA
TURBINA, MEDIANTE MODELOS.

2.1 INTRODUCCIÓN

Las consideraciones generales de similitud hidráulica aplicadas a las turbinas, intenta describir el funcionamiento de una máquina dada, por comparación con el funcionamiento experimentalmente conocida – de otra máquina modelo, o bien de la misma máquina bajo condiciones de operación modificadas como variación de velocidad de rotación o en el salto.

2.2 SEMEJANZA CON MODELOS

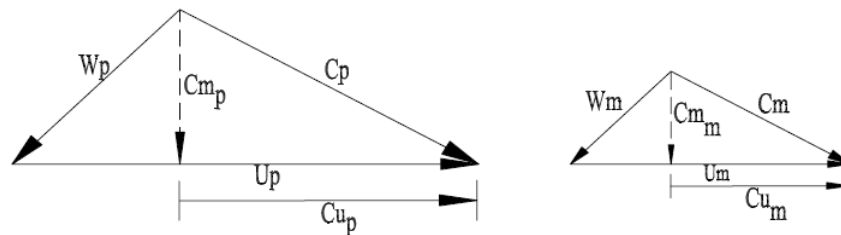
El comportamiento de prototipo de turbina hidráulica se analiza a partir de ensayos realizados con modelos, para estos ensayos existen tres condiciones de semejanza:

- 1) Semejanza geométrica
- 2) Semejanza cinemática
- 3) Semejanza dinámica

Semejanza geométrica.- en la turbina hidraulica requiere que todos los componentes de la turbina que estan afectadas por el flujo de agua se analicen a escala con la utilización de modelos.

Semejanza cinemática.- analiza el comportamiento de la turbina mediante triangulos de velocidades en los puntos de entrada y salida de agua en el rodete.

Fig. 2.1. - Triángulo de velocidades



Semejanza dinámica.- estudia el flujo de fuerzas debidas a compresibilidad y de la tension superficial. En las turbinas Pelton intervienen superficies libres, por lo tanto la fuerza de gravedad es sobresaliente con lo que se debe analizar el número de froude.

$$Fr = \frac{v}{g \cdot L} = \frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerza de gravedad}} \quad (2.1)$$

En los ensayos de las turbinas hidráulicas la ley de la conservación del número de Reynolds es la más importante. Como se utiliza el mismo fluido que en el prototipo en los ensayos de modelos, “la escala es grande del orden 10 – 40”, los saltos en los modelos son necesariamente menores que en el prototipo, del orden de 10 a 100 veces menores, lo que destruye la semejanza dinámica¹. Sin embargo como los valores del número de Reynolds son grandes, la influencia de la viscosidad es insignificante, disminuyendo el rendimiento en el modelo.

2.3 COEFICIENTES DE VELOCIDAD

En el estudio de turbinas hidráulicas se utilizan los coeficientes de velocidades (absoluta, relativa, periférica, componente meridional de la velocidad respectiva) que se define como la relación adimensional entre la velocidad respectiva y el valor $\sqrt{2 \cdot g \cdot H}$, los coeficientes de velocidad se definen en un punto cualquiera del rodete o fuera de él.

- Coeficiente de velocidad absoluta a la entrada del rodete

$$kc_1 = \frac{c_1}{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}} \quad (2.2)$$

- Coeficiente de velocidad relativa a la entrada del rodete

$$kw_1 = \frac{w_1}{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}} \quad (2.3)$$

¹ TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS. Claudio Mataix.

- Coeficiente de velocidad meridional a la entrada del rodete

$$kc_{1m} = \frac{c_{1m}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}} \quad (2.4)$$

Las velocidades son variables según el régimen de funcionamiento, por lo que los valores de coeficientes de velocidades también varían, por condiciones de funcionamiento las dos turbinas tienen los mismos coeficientes de velocidad entonces los triángulos de velocidad a la entrada y salida del rodete son semejantes.

La relación de dos velocidades semejantes es :

$$\frac{c'_1}{c''_1} = \sqrt{\frac{H'}{H''}} = cte \quad (2.5)$$

Al ser los triángulos semejantes los valores de ángulos α y β serán iguales. Si los triángulos no son semejantes habría choque y el diseño no sería bueno.

Al tener dos turbinas geoméricamente semejantes tenemos los mismos coeficientes de velocidad, el momento de realizar el análisis geométrico de dos turbinas debemos considerar que el rendimiento hidráulico del prototipo es igual al del modelo como se muestra en la ecuación siguiente:

$$\eta'_h = \eta''_h \quad (2.6)$$

Al tener la velocidad de salida de la turbina cero se analiza los coeficientes de velocidad de salida sin rotación ($C_{2u}=0$), para este caso tenemos la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned} \eta'_h \cdot H' \cdot g &= C'_{1u} \cdot u'_{1u} = k_{C'_{1u}} \cdot k_{u'_1} \cdot 2 \cdot g \cdot H' \\ \eta''_h \cdot H'' \cdot g &= k_{C''_{1u}} \cdot k_{u''_1} \cdot 2 \cdot g \cdot H'' \end{aligned} \quad (2.7)$$

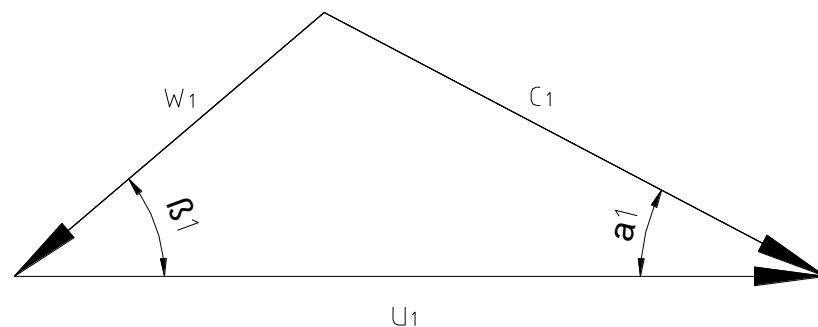
Teniendo en cuenta la variación del rendimiento se tiene que:

$$\eta_h \cdot g \cdot H = u_1 \cdot c_1 \cdot \cos \alpha_1 \quad (2.8)$$

Examinando el triángulo de velocidades de entrada obtenemos:

$$\frac{w_1}{\sin \alpha_1} = \frac{c_1}{\sin \beta_1} = \frac{u_1}{\sin (\alpha_1 + \beta_1)} \quad (2.9)$$

Fig. 2.2. - Triángulo de velocidades de la turbina Pelton



Donde

$$c_1 = \frac{u_1 \cdot \text{sen } \beta_1}{\text{sen } (\alpha_1 + \beta_1)} \quad (2.10)$$

Utilizando la ecuación 2.8 se despeja la velocidad tangencial para obtener:

$$u_1 = \sqrt{\frac{\text{sen } (\alpha_1 + \beta_1)}{2 \cdot \text{sen } \beta_1 \cdot \text{cos } \alpha_1}} \cdot \sqrt{2 \cdot \eta_h \cdot g \cdot H} = k'_{u1} \cdot \sqrt{2 \cdot \eta_h \cdot g \cdot H} \quad (2.11)$$

Donde el coeficiente de de velocidad tangencial es igual a k'_{u1}

$$k'_{u1} = \frac{u_1}{\sqrt{2 \cdot \eta_h \cdot g \cdot H}} \quad (2.12)$$

De la misma forma, de la ecuación 2.9 se deduce la velocidad relativa.

$$w_1 = \frac{u_1 \cdot \text{sen } \alpha_1}{\text{sen } (\alpha_1 + \beta_1)} \quad (2.13)$$

Remplazando el valor de u_1 en la ecuación 2.13 nos queda

$$w_1 = \sqrt{\frac{\text{sen}^2 \alpha_1 \cdot \text{sen } (\alpha_1 + \beta_1)}{2 \cdot \text{sen } \beta_1 \cdot \text{cos } \alpha_1 \cdot \text{sen}^2 (\alpha_1 + \beta_1)}} \cdot \sqrt{2 \cdot \eta_h \cdot g \cdot H} \quad (2.14)$$

$$w_1 = k'_{w1} \cdot \sqrt{2 \cdot \eta_h \cdot g \cdot H}$$

Donde el coeficiente de de velocidad tangencial es igual a k'_{w1}

$$k'_{w1} = \frac{w_1}{\sqrt{2 \cdot \eta_h \cdot g \cdot H}} \quad (2.15)$$

Utilizando la ecuación 2.10 y despejando el valor de la velocidad absoluta obtenemos:

$$c_1 = \sqrt{\frac{\text{sen} \alpha_1}{2 \cdot \cos(\alpha_1) \cdot \text{sen}(\alpha_1 + \beta_1)}} \cdot \sqrt{2 \cdot \eta_h \cdot g \cdot H} \quad (2.16)$$

$$c_1 = k'_{w1} \cdot \sqrt{2 \cdot \eta_h \cdot g \cdot H}$$

Donde el coeficiente de de velocidad tangencial es igual a k'_{c1}

$$k'_{c1} = \frac{c_1}{\sqrt{2 \cdot \eta_h \cdot g \cdot H}} \quad (2.15)$$

2.4 LEYES DE SEMEJANZA

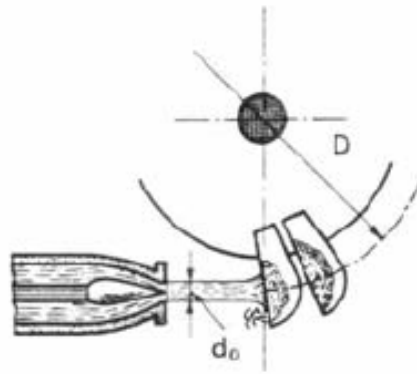
Relacion de semejanza en función de los parametros de funcionamiento.

Se puede establecer los efectos de los cambios de tamaño y de velocidad de una turbina sobre sus características de funcionamiento, teniendo en cuenta que ω , H , Q y el rendimiento (η), describen el funcionamiento de la turbina.

Suponemos aquí que la relación entre las pérdidas hidráulicas es igual a la relación entre los saltos o entre las respectivas transformaciones de energía, por lo tanto el rendimiento es constante. Con estas suposiciones las potencias mecánicas guardarán la misma proporción entre prototipo y modelo.

Las turbinas hidráulicas se caracterizan por su tamaño, convencionalmente por un diámetro característico, en las turbinas Pelton el diámetro de la circunferencia con centro en el centro de la rueda y tangente al eje del chorro.

Fig. 2.3. - Turbina Pelton



Las leyes de semejanza comparan el comportamiento de dos turbinas hidráulicas geoméricamente semejantes al variar el tamaño o diámetro y otras características como altura neta.

2.4.1. VARIACIÓN DEL NÚMERO DE REVOLUCIONES CON EL DIÁMETRO Y LA ALTURA NETA.

El número de revoluciones varía en razón inversa del diámetro y en razón directa de la raíz cuadrada del salto².

Examinando dos ecuaciones semejantes de la velocidad tangencial a la entrada de la turbina, se tiene.

$$\begin{aligned}u' &= k'_u \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \eta'_h \cdot H'} = \pi \cdot d' \cdot n' \\u'' &= k''_u \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \eta''_h \cdot H''} = \pi \cdot d'' \cdot n''\end{aligned}\tag{2.16}$$

En condiciones normales tenemos $k'_u = k''_u$ con lo que obtenemos la 1^{ra} ley de semejanza de las turbinas hidráulicas.

$$\frac{n'}{n''} = \frac{d''}{d'} \cdot \frac{\sqrt{H'}}{\sqrt{H''}} \cdot \frac{\sqrt{\eta'_h}}{\sqrt{\eta''_h}}\tag{2.17}$$

2.4.2. VARIACIÓN DEL CAUDAL CON EL DIÁMETRO Y ALTURA NETA.

El caudal varía en razón directa del cuadrado de los diámetros de la raiza cuarada del salto³.

² TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS. Claudio Mataix.

³ TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS. Claudio Mataix.

El caudal útil del rodete es igual al producto del caudal suministrado por el rendimiento volumétrico, e igual al producto de la velocidad relativa a la entrada del rodete w por el area transversal a la entrada del rodete⁴.

$$Q_u = \eta_v \cdot Q = A \cdot w \quad (2.18)$$

Por tanto

$$\begin{aligned} \eta'_v \cdot Q' &= A' \cdot w'' = A' \cdot k'_w \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \eta'_h \cdot H'} \\ \eta''_v \cdot Q'' &= A'' \cdot w'' = A'' \cdot k''_w \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \eta''_h \cdot H''} \end{aligned} \quad (2.19)$$

En condiciones normales tenemos $k'_w = k''_w$ con lo que obtenemos la 2^{da} ley de semejanza de las turbinas hidráulicas.

$$\frac{Q'}{Q''} = \frac{d'^2}{d''^2} \cdot \frac{\sqrt{H'}}{\sqrt{H''}} \cdot \frac{\eta''_v}{\eta'_v} \cdot \frac{\sqrt{\eta'_h}}{\sqrt{\eta''_h}} \quad (2.20)$$

2.4.3. VARIACIÓN DE LA POTENCIA ÚTIL CON EL DIÁMETRO Y ALTURA NETA.

Las potencias varían en razón directa del cuadrado de los diámetros y de 3/2 de la potencia del salto⁵.

⁴ TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS. Claudio Mataix.

⁵ TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS. Claudio Mataix.

La potencia útil que genera la turbina está en función de las propiedades del fluido (agua), aceleración de la gravedad y las características de funcionamiento como son caudal y altura.

Se tiene

$$\begin{aligned} P'_a &= \rho' \cdot g' \cdot Q' \cdot H' \cdot \eta'_{tot} \\ P''_a &= \rho'' \cdot g'' \cdot Q'' \cdot H'' \cdot \eta''_{tot} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Considerando el mismo fluido en las dos turbinas y el rendimiento total del prototipo igual al del model obtenemos la 3^{ra} ley de semejanza de las turbinas hidráulicas.

$$\frac{P'_a}{P''_a} = \frac{d'}{d''} \cdot \frac{H'^{3/2}}{H''^{3/2}} \quad (2.22)$$

2.4.4. VARIACIÓN DEL MOMENTO CON EL DIÁMETRO Y ALTURA NETA.

Los momentos varían en razón directa del cubo de los diámetros y en razón directa de los saltos⁶.

Siendo $M \approx \frac{P_a}{n}$ se obtiene la 4^{ta} ley de semejanza de las turbinas hidráulicas.

⁶ TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS. Claudio Mataix.

$$\frac{M'}{M''} = \frac{\rho'}{\rho''} \cdot \frac{d'^3}{d''^3} \cdot \frac{H'}{H''} \cdot \frac{\eta'_{tot}}{\eta''_{tot}} \cdot \frac{\eta'_v}{\eta''_v} \quad (2.23)$$

Con frecuencia las leyes de semejanza hidráulica aplicadas a modelos se utilizan sin tener en cuenta la variación del rendimiento ni de la densidad del fluido, o sea suponiendo los rendimientos volumétricos, hidráulicos y totales de los prototipos son iguales al de los modelos.

<i>Tabla No 2.1 Leyes de semejanza hidráulica</i>	
1 ^{ra} ley	$\frac{n'}{n''} = \frac{d''}{d'} \cdot \frac{\sqrt{H'}}{\sqrt{H''}}$
2 ^{da} ley	$\frac{Q'}{Q''} = \frac{d'^2}{d''^2} \cdot \frac{\sqrt{H'}}{\sqrt{H''}}$
3 ^{ra} ley	$\frac{P'_a}{P''_a} = \frac{d'}{d''} \cdot \frac{H'^{3/2}}{H''^{3/2}}$
4 ^{ta} ley	$\frac{M'}{M''} = \frac{d'^3}{d''^3} \cdot \frac{H'}{H''}$

2.5. NÚMERO ESPECÍFICO DE REVOLUCIONES

El número de revoluciones específico de revoluciones es el número que define el tipo de turbina o del rango de aplicación. Para analizar el número específico utilizamos la 1^{ra} y 3^{ra} ley de semejanza de las turbinas hidráulicas, y eliminando $\frac{d'}{d''}$ obtenemos la siguiente ecuación.

$$n' \cdot P_a^{1/2} \cdot H'^{-5/4} = n'' \cdot P_a^{1/2} \cdot H''^{-5/4} \quad (2.24)$$

Para toda turbina hidráulica geoméricamente semejante tenemos la siguiente expresión para el número de revoluciones específico.

$$n_s = n \cdot P_a^{1/2} \cdot H^{-5/4} \quad (2.25)$$

El número específico de revoluciones es el número de revoluciones a que debe girar una turbina hidráulica para suministrar al eje una potencia de 1 CV, en un salto de 1 m, con óptimo rendimiento⁷.

Las turbinas Pelton geoméricamente semejantes, tienen el mismo número específico de revoluciones, siempre que se considere el mismo fluido en todo el trayecto del análisis del modelo de la turbina y se suponga idéntico rendimiento. En el ensayo de modelos de turbinas de elevadas n_s se requiere más precisión entonces es cuando tenemos en cuenta el rendimiento de la turbina.

A la geometría del rodete de la turbina hidráulica, le corresponde un sistema de unidades determinado.

$$n_s \equiv \left[\frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{\text{CV}^{1/2}}{\text{m}^{5/4}} \right] \quad (2.26)$$

⁷ TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS. Claudio Mataix.

A cada punto de funcionamiento de la turbina le corresponde un número de revoluciones específico diferente.

La turbina no tiene sólo un punto sino un campo de funcionamiento, es decir puede funcionar a diversos números de revoluciones y suministrar más o menos potencia al eje⁸.

El punto nominal o punto de diseño, corresponde el punto de óptimo rendimiento.

2.6. VARIACION DE LA VELOCIDAD PERIFERICA OPTIMA DE UNA TURBIAN HIDRAULICA

La velocidad periférica óptima del rodete en el punto tangente del diámetro característico, o el coeficiente de velocidad correspondiente es una dimensión característica de la turbina, el diámetro Pelton de la turbina es determinado por el coeficiente de velocidad y el número de revoluciones, por tanto el tamaño de la turbina.

Realizamos un análisis para el caso de salida sin circulación suponiendo, $c_{2u} = 0$, tenemos la siguiente ecuación de Euler.

$$H_u = \frac{u_1 \cdot c_{1u}}{g} \quad (2.27)$$

⁸ TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS. Claudio Mataix.

Donde

u_1 = es la velocidad periférica de la turbina.

$$u_1 = \frac{g \cdot H_u}{c_{1u}} \quad (2.28)$$

La velocidad periférica óptima del rodete depende del número específico de la turbina y será menor cuanto menor sea la velocidad periférica.

En nuestra turbina Pelton al ser una turbina de acción, el número de revoluciones específico es pequeño y la velocidad absoluta de entrada es máxima porque todo el salto se transforma en energía cinética en el inyector⁹.

En el caso de que la circulación a la salida no sea nula tenemos:

$$H_u = \frac{u_1 \cdot c_{1u} - u_2 \cdot c_{2u}}{g} \quad (2.29)$$

La velocidad absoluta de salida es mínima, ya que la energía cinética a la salida es una pérdida.

⁹ TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS. Claudio Mataix.

2.7. COEFICIENTES DE PRESION Y DE CAUDAL

El coeficiente de presión de la turbina se define por:

$$\psi = \frac{Y}{u^2/2} \quad (2.30)$$

Donde

$H = \text{altura neta}$

$u = \text{velocidad tangencial referida al diámetro del rodete}$

Escribiendo el coeficiente de presión en función de la energía específica Y tenemos una nueva ecuación.

$$\psi = \frac{H}{u^2/2 \cdot g} \quad (2.31)$$

La turbina al ser geoméricamente al prototipo tiene el mismo coeficiente de presión.

El coeficiente de caudal de la turbina se define por:

$$\varphi = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot u} \quad (2.32)$$

Donde

Q = es el caudal de diseño de la turbina

d = diámetro del chorro

u = velocidad tangencial de entrada al rodete

2.8. PREDICCIÓN DEL RENDIMIENTO EN ENSAYO DE MODELOS

El rendimiento de la turbina aumenta con el diámetro del rodete y con la altura, como en la turbina no se puede mantener la semejanza dinámica, experimentamos con modelos para predecir el rendimiento del prototipo.

Rendimiento total óptimo del prototipo para $H < 150m$

$$\eta_{tot,p} = 1 - \left(1 - \eta_{tot,m} \right) \cdot \left(\frac{d_m}{d_p} \right)^{1/5} \quad (2.33)$$

Rendimiento hidráulico del prototipo

$$\eta_{h,p} = 1 - 0.5 \cdot \left(1 - \eta_{h,m} \right) \cdot \left[1 + \left(\frac{d_m}{d_p} \right)^{1/6} \cdot \left(\frac{H_m}{H_p} \right)^{1/12} \right] \quad (2.34)$$

2.9. ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO HIDRAULICO DE LA TURBINA

<i>Tabla No 2.2</i>		
<i>Datos del prototipo</i>		
Símbolo	Valor (prototipo)	Unidad
<i>H</i>	25	<i>m</i>
<i>Q</i>	10	<i>l/s</i>
<i>c₁</i>	21.69	<i>m/s</i>
<i>u₁</i>	9.97	<i>m/s</i>
<i>w₁</i>	11.48	<i>m/s</i>
<i>η_h</i>	91.8	<i>%</i>
<i>P</i>	2	<i>kW</i>
<i>N</i>	900	<i>rpm</i>
<i>N_s</i>	2.3	<i>Adimencional</i>
<i>D</i>	0.216	<i>m</i>
<i>ν</i>	1.02x10 ⁻⁶	<i>m²/s</i>

Para determinar el valor del rendimiento hidráulico del prototipo haciendo un estudio de semejanza hidráulica se procede a determinar los coeficientes de velocidades absolutas.

- Coeficiente de velocidad absoluta a la entrada del rodete

$$kc_1 = \frac{c_1}{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}}$$

$$kc_1 = \frac{21.69}{\sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 25}}$$

$$kc_1 = 0.97$$

- Coeficiente de velocidad relativa a la entrada del rodete

$$ku_1 = \frac{u_1}{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}}$$

$$ku_1 = \frac{9.97}{\sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 25}}$$

$$ku_1 = 0.45$$

- Coeficiente de velocidad relativa a la entrada del rodete

$$kw_1 = \frac{w_1}{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}}$$

$$kw_1 = \frac{11.47}{\sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 25}}$$

$$kw_1 = 0.51$$

La energía específica Y_u comunicada al rodete sera:

$$H_b = \frac{H}{\eta_h} = \frac{25}{0.918} = 27.2 \text{ m}$$

$$Y_u = g \cdot H_b$$

$$Y_u = 9.81 \cdot 27.2$$

$$Y_u = 267.15 \frac{\text{J}}{\text{kJ}}$$

Se determina la eficiencia hidráulica del modelo de turbina, en función de los coeficientes de velocidad.

$$\eta_{h,m} = 2 \cdot Kc^2 \cdot Ku \cdot (1 - Ku) \cdot (1 + Kw_1 \cdot \cos(\beta_1))$$

$$\eta_{h,m} = 2 \cdot 0.97^2 \cdot 0.46 \cdot (1 - 0.46) \cdot (1 + 0.51 \cdot \cos(10^\circ))$$

$$\eta_{h,m} = 0.7 \approx 70 \%$$

Determinamos la escala del modelo.

$$\frac{\eta_{h,p}}{\eta_{h,m}} = \lambda \quad \frac{0.918}{0.7} = \lambda$$

$$\lambda = 1.5$$

Para determinar el valor de la altura del modelo en función de la altura del prototipo y la escala utilizamos la siguiente ecuación.

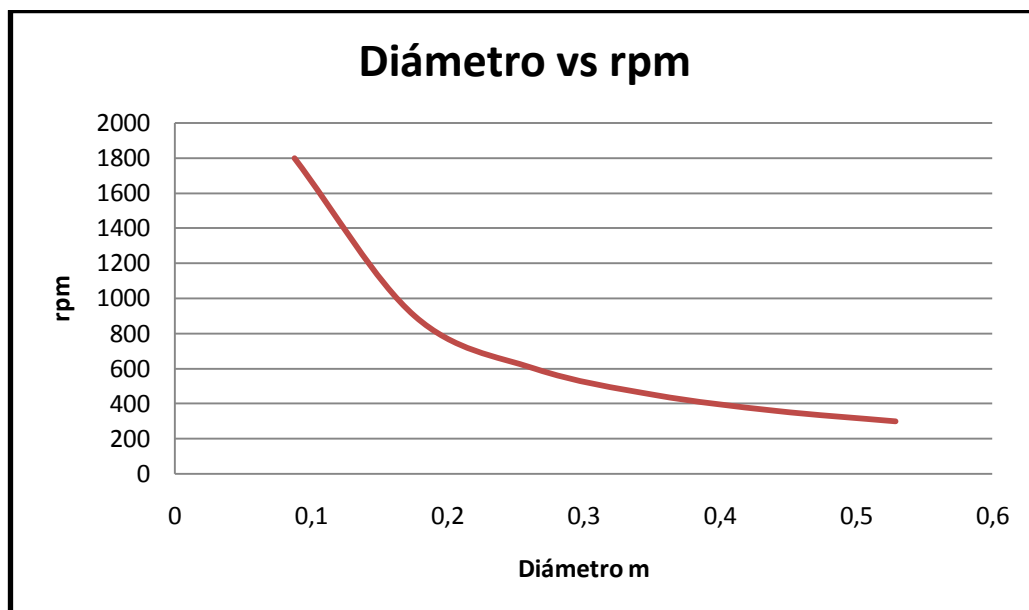
$$\frac{H_p}{H_m} = \lambda \quad H_m = \frac{H_p}{\lambda} = \frac{25m}{1.5}$$

$$H_m = 17m$$

Utilizando la primera ley de semejanza hidráulica realizamos un análisis del modelo geoméricamente para determinar los datos presentados en la siguiente tabla.

Tabla No 2.3 Comportamiento del diámetro de la turbina		
Nº pares de polos	rpm	Diámetro del rodete (m)
12	300	0.53
10	360	0.44
8	450	0.35
6	600	0.26
4	900	0.17
2	1800	0.088

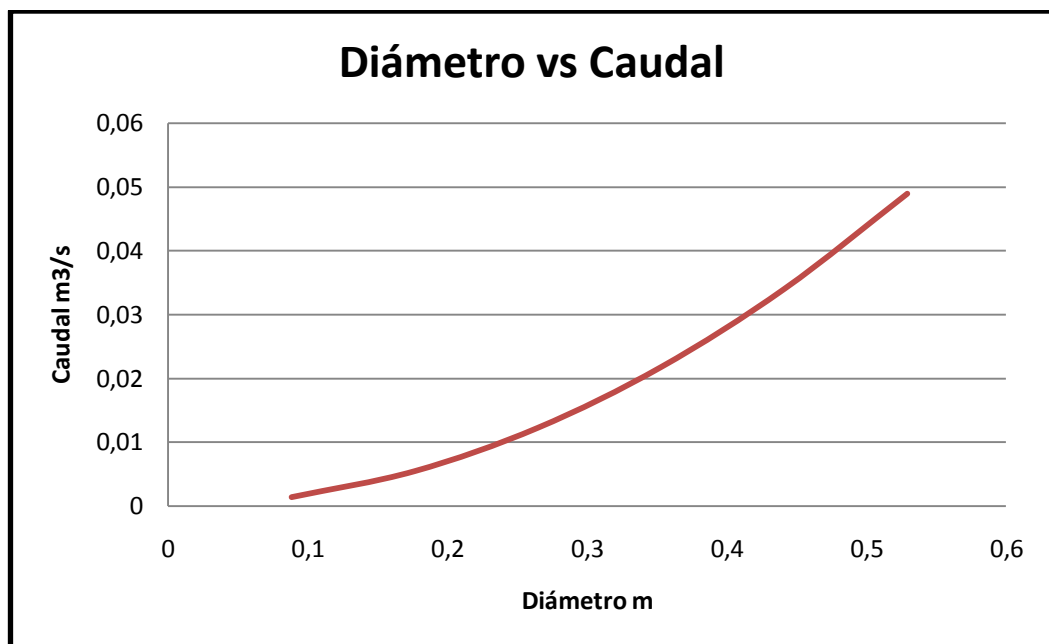
Fig. 2.4. - Grafica de diámetro vs rpm



Se observa que el diámetro aumenta en tanto que la velocidad de giro de la turbina (rpm) disminuye, hay que notar que la velocidad de giro de la turbina depende del número de pares de polos del generador.

rpm	Caudal (m³/s)	Diámetro del rodete (m)
300	0.0489	0.53
360	0.034	0.44
450	0.0217	0.35
600	0.0122	0.26
900	0.00544	0.17
1800	0.00136	0.088

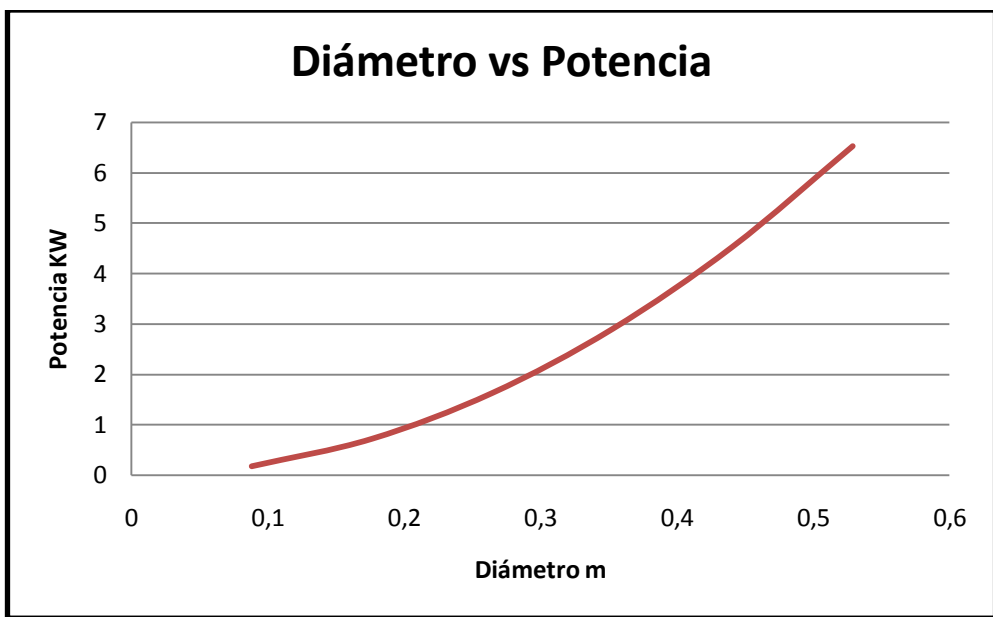
Fig. 2.5. - Grafica diámetro vs caudal



El caudal necesario para impulsar la turbina aumenta con el aumento del diámetro de la turbina.

Tabla No 2.5 <i>Comportamiento de la potencia y diámetro de la turbina</i>		
rpm	Potencia (kW)	Diámetro del rodete (m)
300	6.53	0.53
360	4.53	0.44
450	2.9	0.35
600	1.63	0.26
900	0.72	0.17
1800	0.18	0.088

Fig. 2.6. - Grafica diámetro vs potencia



Cuanto más grande es el diámetro del rodete, la potencia generada es elevada, la potencia de generación de la turbina Pelton depende del caudal y de la altura disponible, por tanto obedece a la geometría del rodete.

Los radios hidráulicos y el número de Reynolds son mayores en el prototipo que en el modelo; por lo cual las pérdidas hidráulicas son menores en el prototipo que en el modelo y la eficiencia hidráulica del prototipo es mayor que la del modelo.

El número de Reynolds es determinado por la siguiente ecuación:

$$R = \frac{u_2 \cdot d}{\nu} \quad (2.34)$$

Donde

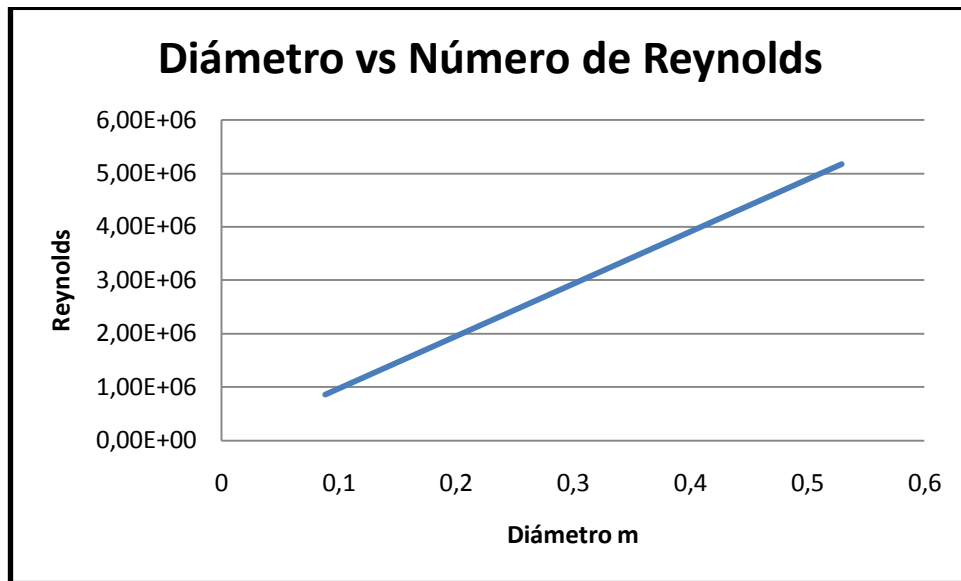
u_2 es la velocidad absoluta a la salida del rodete

d es el diámetro de la turbina

ν es la viscosidad cinemática del agua

rpm	Diámetro del rodete (m)	Número de Reynolds
300	0.53	5.17 E+06
360	0.44	4.31 E+06
450	0.35	3.45 E+06
600	0.26	2.59 E+06
900	0.17	1.72 E+06
1800	0.088	8.62 E+05

Fig. 2.7. - Grafica diámetro vs número de Reynolds

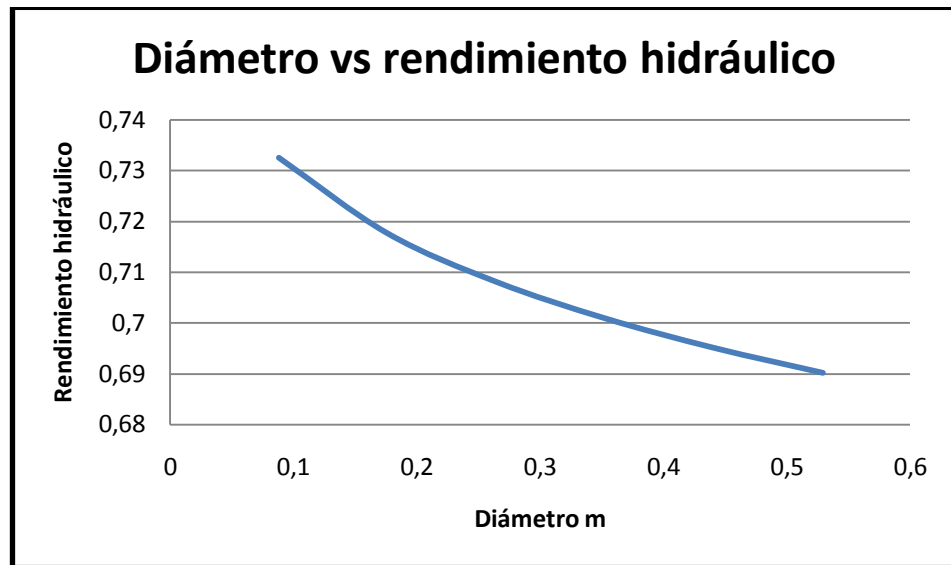


La variación del rendimiento hidráulico para caídas menores a 150m ($H < 150$) se determina utilizando la ecuación 2.34.

$$\eta_{h,p} = 1 - 0.5 \cdot \left(1 - \eta_{h,m} \right) \cdot \left[1 + \left(\frac{d_m}{d_p} \right)^{1/6} \cdot \left(\frac{H_m}{H_p} \right)^{1/12} \right]$$

Potencia (kW)	Diámetro del rodetes (m)	Rendimiento hidráulico
6.53	0.53	0.690
4.53	0.44	0.695
2.9	0.35	0.70
1.63	0.26	0.71
0.72	0.17	0.717
0.18	0.088	0.732

Fig. 2.8. - Grafica diámetro vs rendimiento hidráulico



Se observa que el rendimiento hidráulico es inversamente proporcional al diámetro de la turbina, puesto que el rendimiento disminuye según aumenta el diámetro.

2.10. ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO

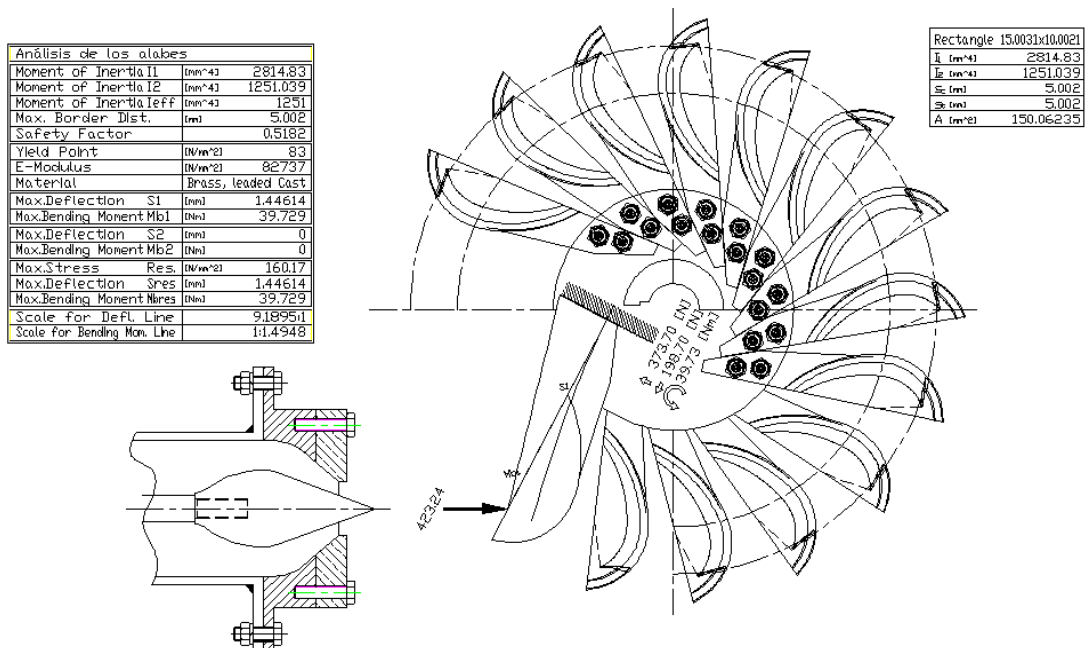
Para analizar el comportamiento mecánico de las unidades más importantes de la turbina, se utilizó un programa de CAD, el programa utilizado es AutoCAD Mechanical 2008. Cabe destacar que este programa posee un mallador para luego analizar por elementos finitos esfuerzos y deformaciones de diferentes elementos mecánicos.

2.10.1. ANALISIS DE LOS ALABES

Para realizar el análisis de fuerzas que actúan en el rodete realizamos diferentes consideraciones como son:

- La fuerza que hace mover al rodete es la fuerza hidráulica transmitida desde el inyector, esta fuerza
- La fuerza tangencial actuante está en función de la velocidad del chorro, el ángulo de salida del agua en la cuchara, el caudal y el ángulo de entrada del chorro
- Consideramos a los alabes como si fueran columnas en voladizo, en la figura se muestra cómo actúan las fuerzas en estos puntos.

Fig. 2.9. – Análisis de los alabes de la turbina



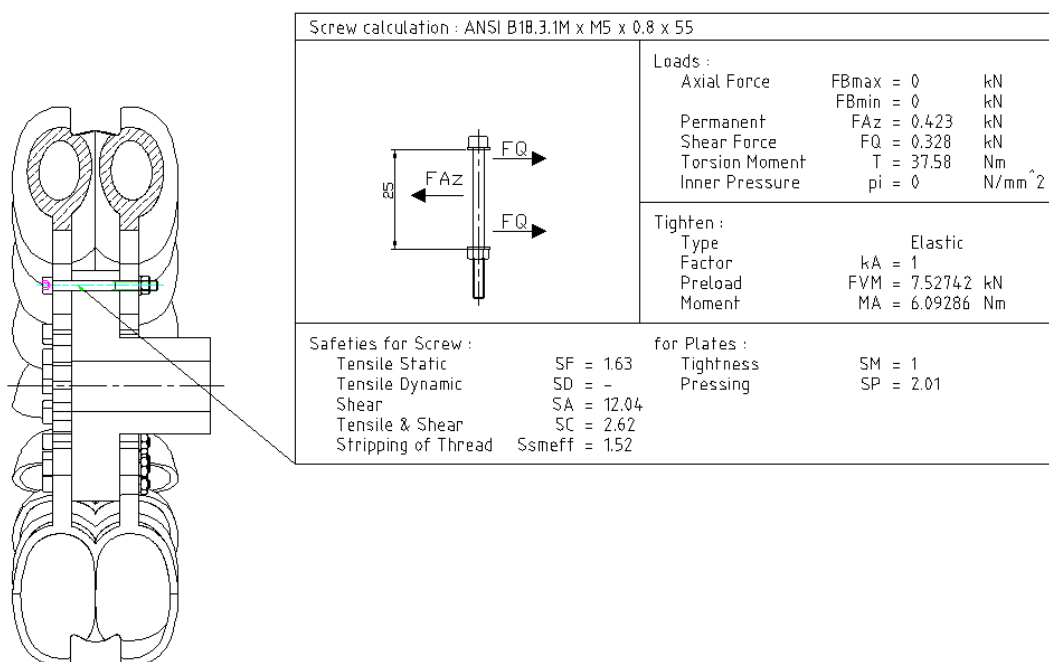
Realizado el análisis en el programa de computadora AutoCAD Mechanical 2008, obtenemos los siguientes resultados.

- Fuerza que actúa en el rodete es 423.24 N.
- Material Bronce, suave para moldes.
- Reacciones
 - $x = 373,7 \text{ N}$
 - $y = 198,7 \text{ N}$
 - $T = 30,73 \text{ Nm}$
- Momento torsor máximo = 39,7 Nm
- Deflexión máxima = 1,44 mm
- Esfuerzo máximo de tensión = 160,17 MPa

2.10.2. ANALISIS DE LOS PERNOS

Para el análisis de esfuerzos en los pernos de los alabes, primero debemos conocer el diámetro de los pernos, el tipo de rosca, el material, así también los espesores de los apoyos que están sujetos en la masa de bronce, hay que considerar que no actúan fuerzas axiales los pernos.

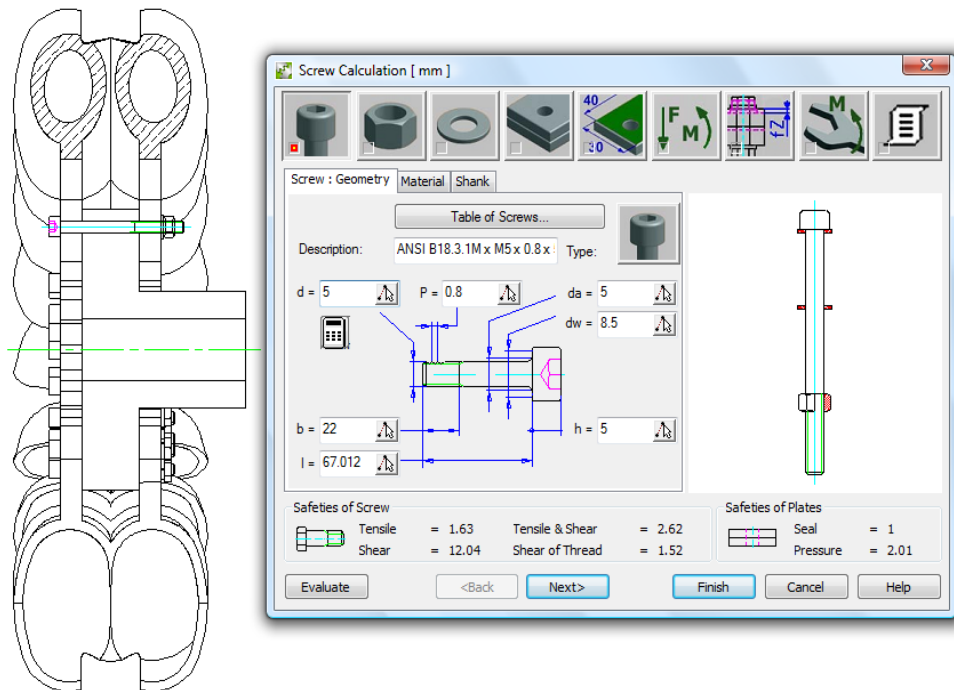
Fig. 2.10. – Calculo de los pernos



Realizado el análisis en el programa AutoCAD Mechanical 2008, obtenemos los siguientes resultados.

- *Fuerzas actuante permanente = 0,423 kN*
- *Fuerza cortante = 0,328 kN*
- *Momento Torsor = 37,58 Nm*
- *Precarga = 7,52 kN*

Fig. 2.11. – Selección de los pernos



Pernos *ANSI B18.3.1MxM5x0.8x55*, el material de los pernos es *34CrNiMo6*

Tuercas *ISO 4039 – M5*

Arandela plana *ISO 7091 – 5 – 100 HV*

Para realizar un correcto análisis es importante considerar los materiales adecuados y las medidas exactas de la geometría con las que se construyó cada los alabes, el material de los alabes de la turbina es una fundición de bronce para moldes.

Ingreso de cargas axiales y cargas a cortante, ver anexo N° 19 - 20.

Es necesario ingresar una precarga en los pernos, la misma que produce un momento torsor. Ver anexo N° 21.

Resultados obtenidos del análisis de fuerzas en los pernos, ver anexo N° 22.

Fig. 2.12. – Resultados del análisis de fuerzas en los pernos

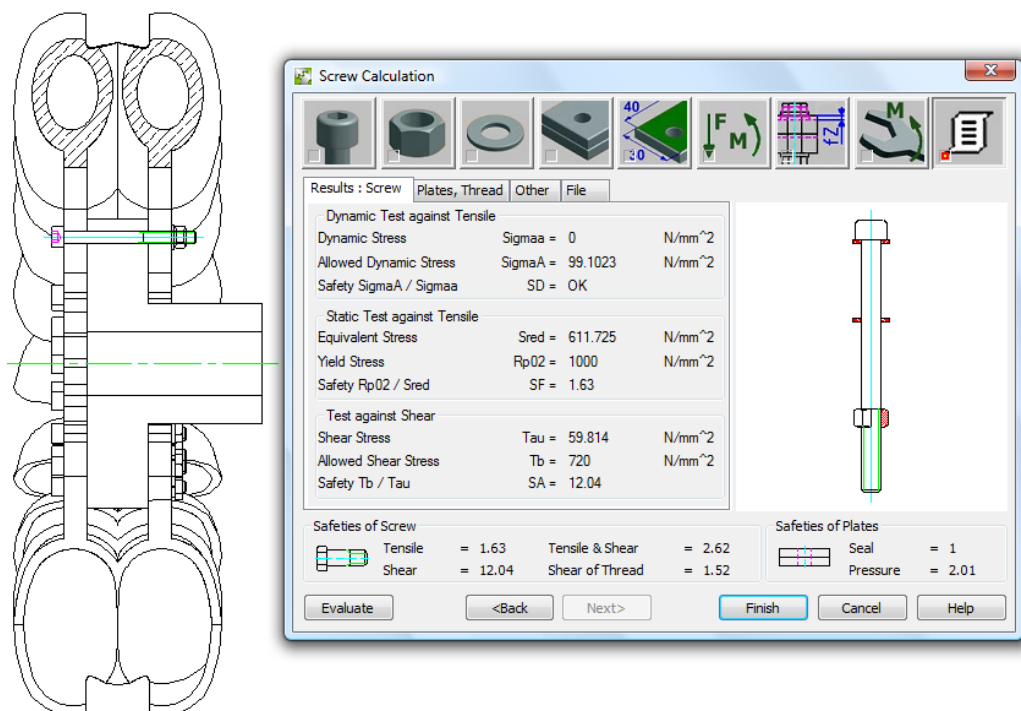


Fig. 2.13. – Resultados del análisis de fuerzas en las tuercas

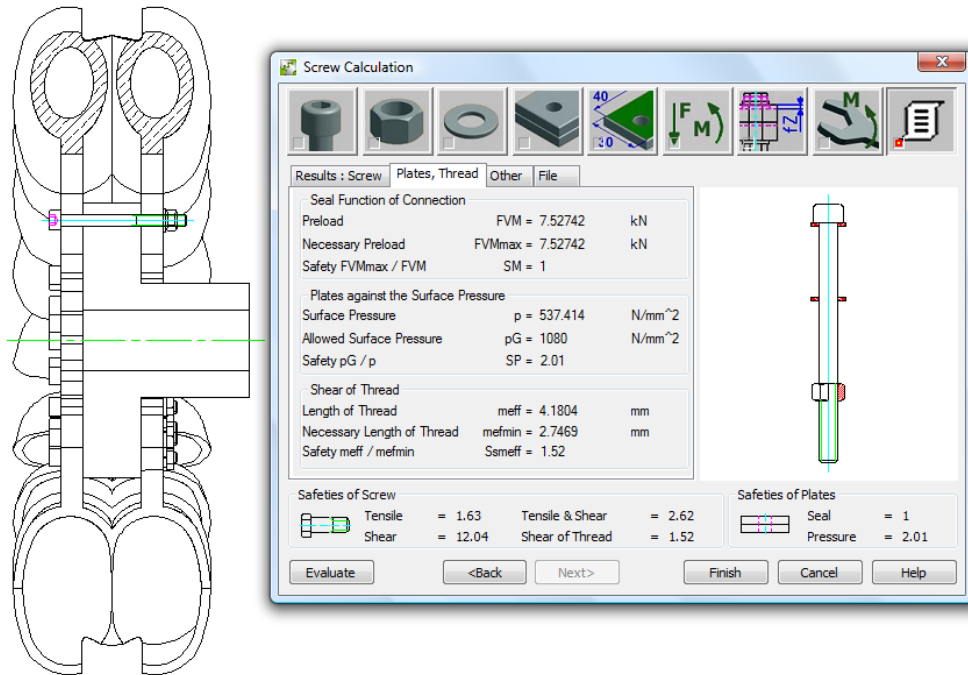
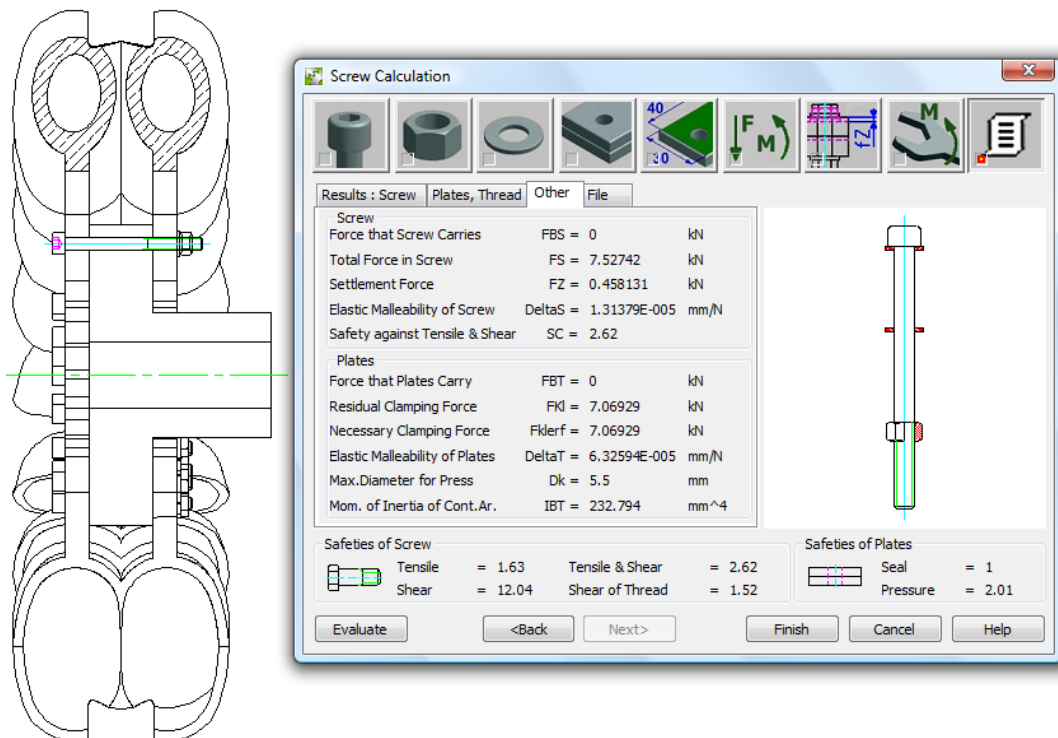


Fig. 2.14. – Resultados del análisis de fuerzas

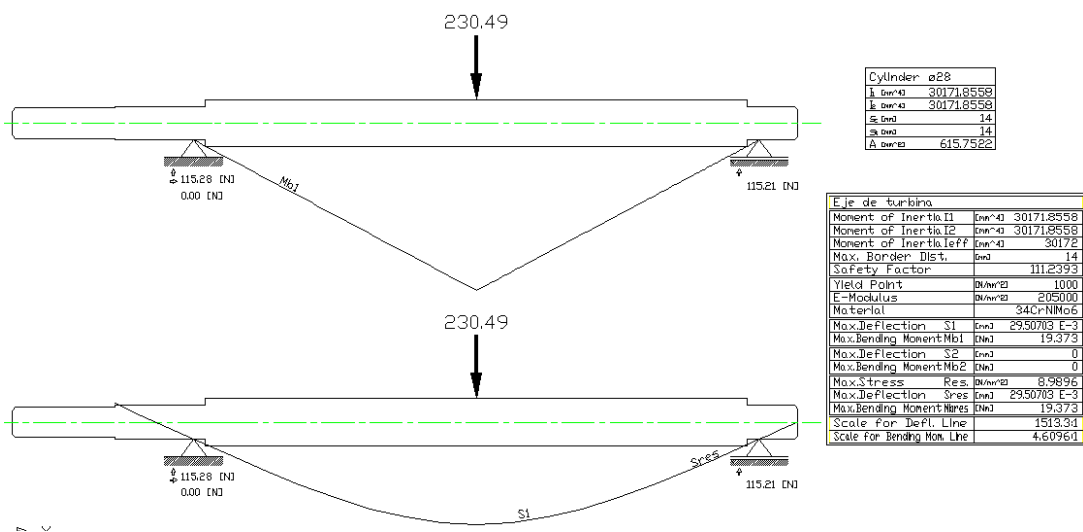


2.10.3. ANALISIS DEL EJE DE LA TURBINA

Para realizar el análisis del eje hay que elegir el material adecuado, para este caso es un acero inoxidable ($34CrNiMo6$) por el continuo contacto que tiene el eje con agua, también seleccionar los apoyos adecuados y colocarlos en el lugar donde corresponde, la fuerza que actúa perpendicular al eje x es la fuerza resultante de la aplicación de la fuerza hidráulica que al chocar en el alabe se descompone en una fuerza x y una fuerza y, la fuerza hidráulica se descompone por el Angulo de salida del agua de la cuchara.

Otra fuerza que actúa en el eje es el peso del rodete.

Fig. 2.15. – Análisis del eje de la turbina,

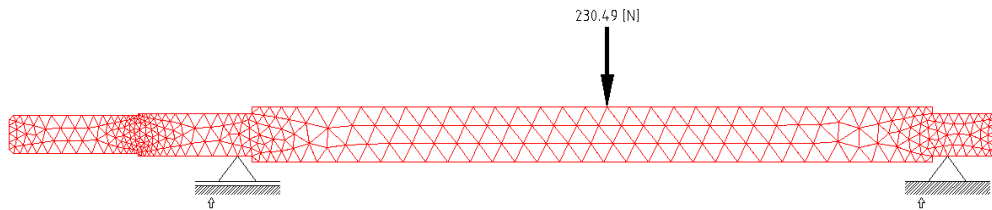


Los resultados obtenidos del análisis mecánico del eje son los siguientes:

- Material, acero inoxidable $34CrNiMo6$
- Deflexión máxima = 0,00295 mm
- Momento torsor máximo = 19,373 Nm
- Esfuerzo de tensión = 8,98 MPa

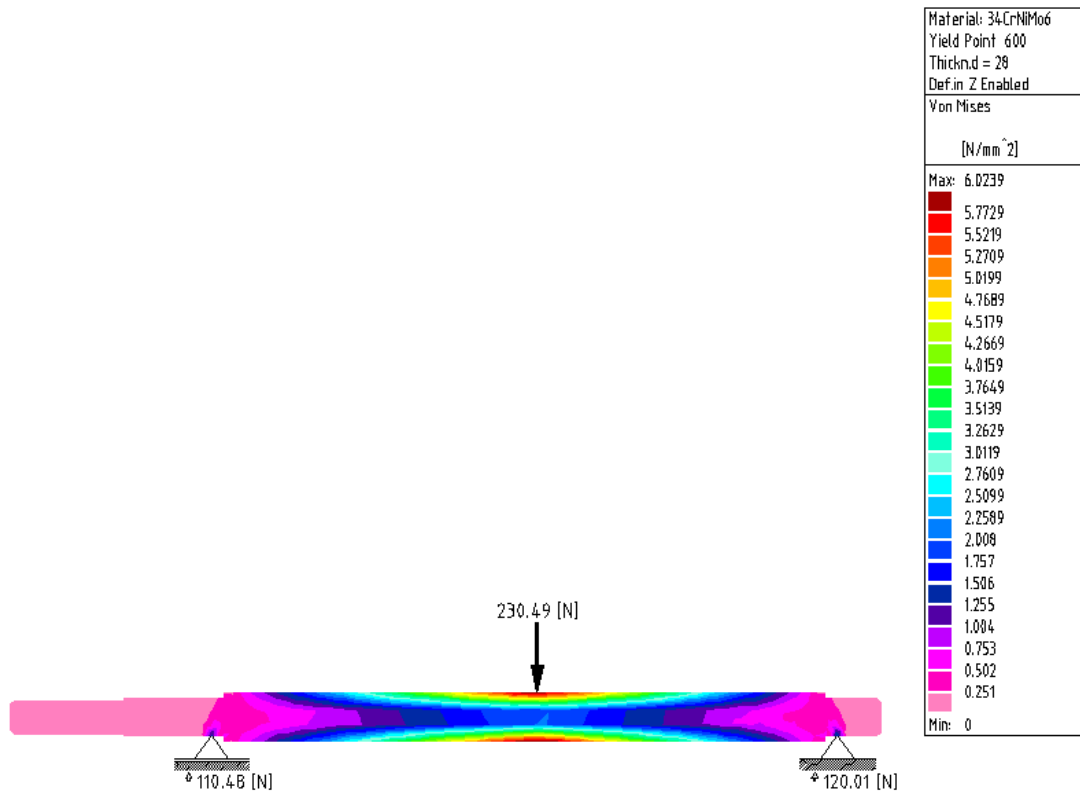
Para analizar el eje con elementos finitos, primero procedemos a mallar, para el mallado se ha considerado en 1000 puntos el análisis, la disposición de la fuerza actuante y los apoyos se han considerado tal como está funcionando.

Fig. 2.16. – Mallado del eje de la turbina



Al realizar el análisis por elementos finitos tenemos diferentes graficas, las cuales se analizara a continuación.

Fig. 2.17. – Análisis de esfuerzos de Von Mises



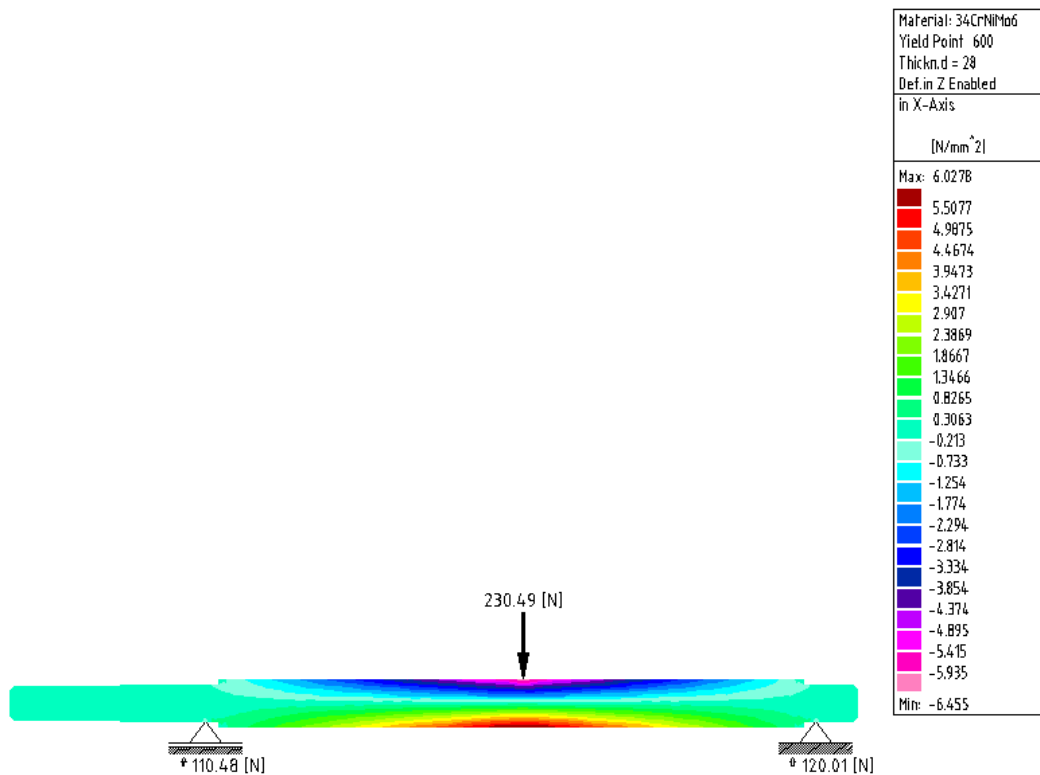
Los esfuerzos de Von Mises, también conocidos como esfuerzos efectivos, se definen como aquel esfuerzo a tensión uniaxial que generaría la misma energía de torsión que la que se produciría por la combinación real de los esfuerzos aplicados¹⁰.

$$\sigma_{max} < S_y$$

$$\sigma_{max} = 6,0239 \text{ MPa}$$

$$6,0239 \text{ MPa} < 520 \text{ MPa}$$

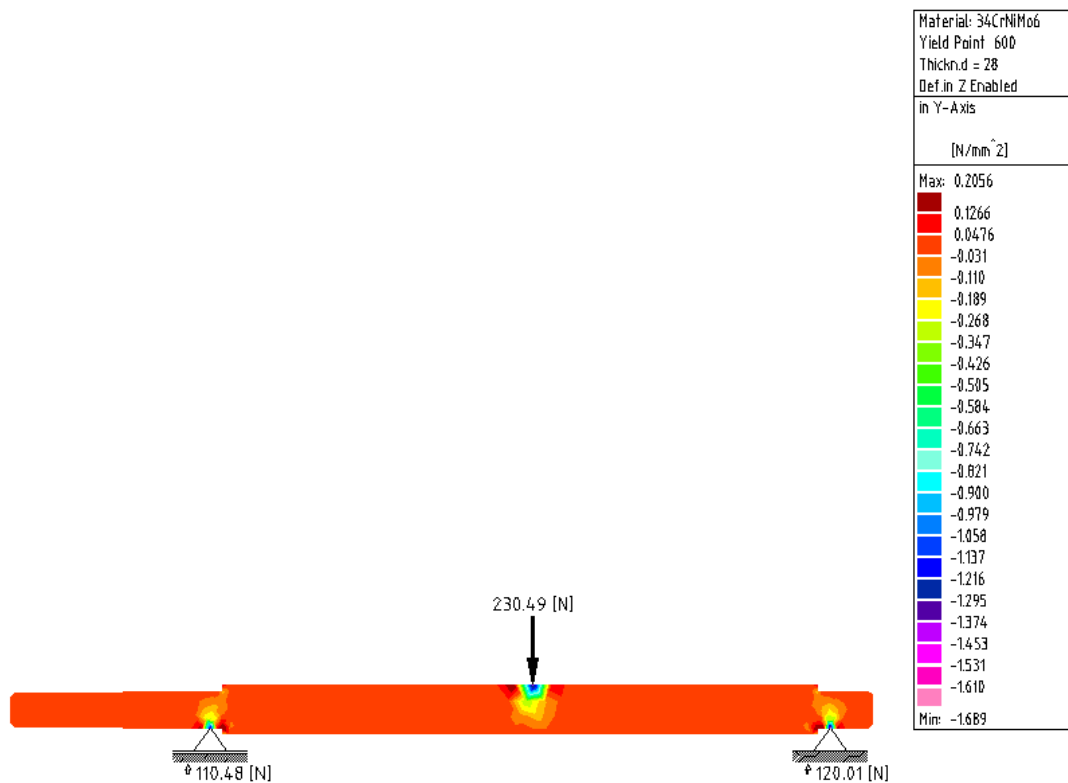
Fig. 2.18. – Grafica de esfuerzos en x



El esfuerzo máximo actuante en el eje x es de 6,0278 MPa, el mismo que se sitúa en la parte central inferior del eje, los menores esfuerzos se encuentran actuando en la zona de contacto la fuerza en el eje.

¹⁰ Diseño de Máquinas. ROBERT L. NORTON

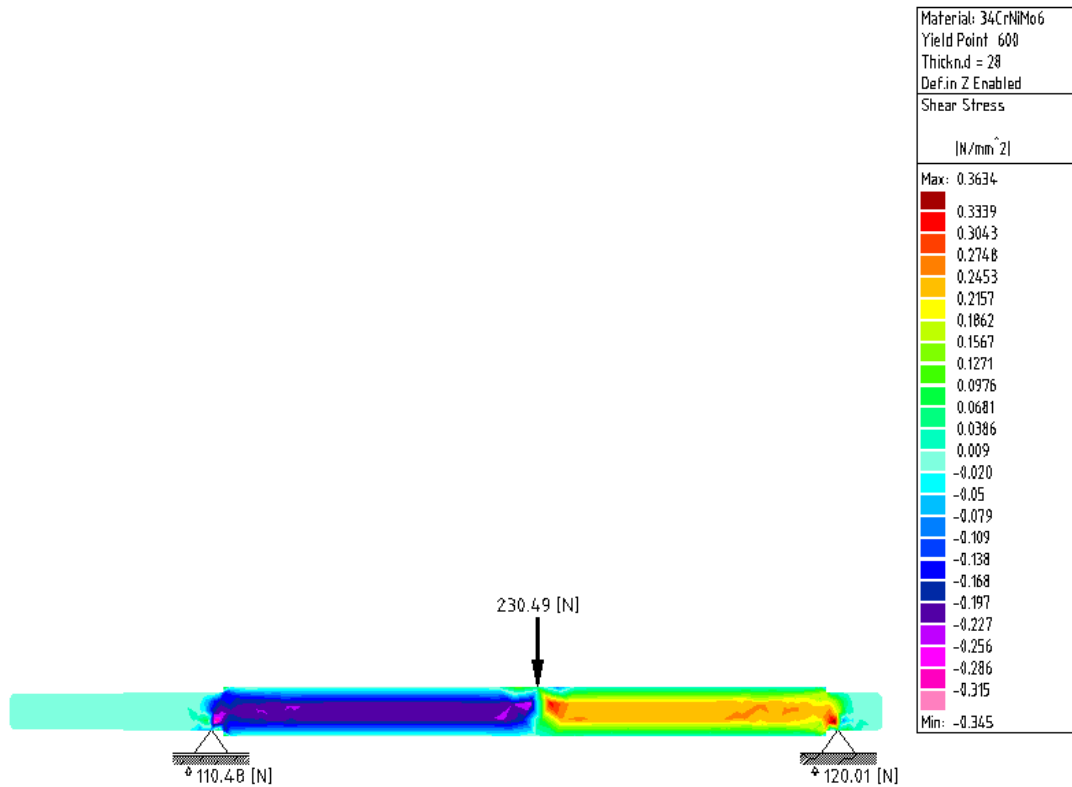
Fig. 2.19. – Grafica de esfuerzos en y



Los esfuerzos actuantes en la dirección y, son mínimos porque en esta dirección la fuerza hidráulica del chorro no actúa directamente, sino que existen componentes de la fuerza hidráulica que intervienen en esta dirección, en conclusión el esfuerzo máximo incidente en esta dirección es de 0.2 MPa.

Como se muestra en la figura 2.19 los esfuerzos máximos están incidiendo en el punto de contacto del eje con la turbina, en los apoyos (rodamientos) existen esfuerzos negativos lo que nos quiere expresar la dirección contraria de aplicación de las fuerzas.

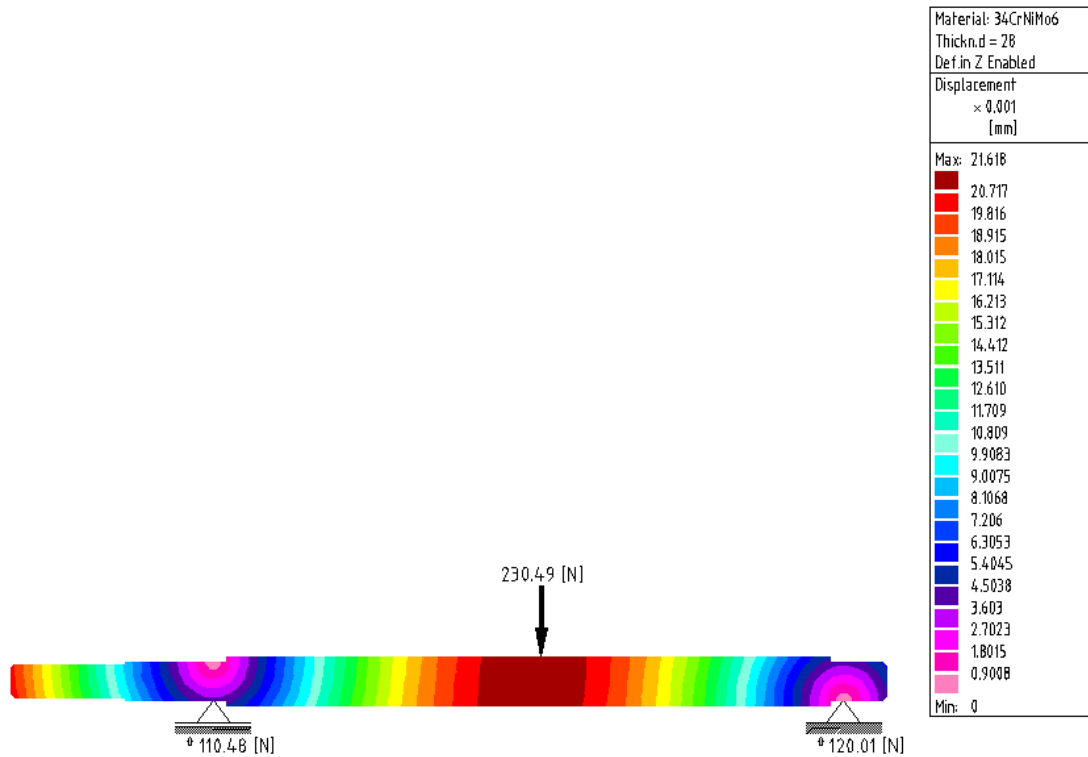
Fig. 2.20. – Análisis del eje a esfuerzos cortantes



En la figura 2.20 nos muestra como el eje se comporta al estar sometido a esfuerzos cortantes, la barra de colores nos muestra la zona más crítica del eje.

Se puede apreciar que existe una concentración de esfuerzos en la zona derecha del eje cuyo valor máximo es de 0,36 MPa.

Fig. 2.21. – Deflexión del eje



Analizamos la grafica de los desplazamientos del eje, y se puede observar que existe una deflexión máxima de 0,0216 *mm* en el centro del eje, en los apoyos es donde los desplazamientos son mínimos.

En los extremos del eje existen desplazamientos, en el lado derecho son mínimos estos desplazamientos varían de 0,0036 *mm* a 0,009 *mm*, en el lado contrario los desplazamientos son aproximadamente de 0,018 *mm* a 0,020 *mm*.