

CORRECCIÓN Y RECUPERACIÓN DE LA TEORÍA DE GOLDSTEIN PARA EL PROYECTO DE HÉLICES

D. Gonzalo Pérez Gómez *,**, Dr. Ing. Naval
D. Antonio Souto Iglesias **, Dr. Ing. Naval
D. Carlos López Pavón **, Ing. Naval
D. Louis Delorme **, Ing. ESIM
D. David González Pastor ***, Ing. Naval

RESUMEN

Los diseños de hélices que se obtenían utilizando la teoría clásica de las líneas sustentadoras tenían el defecto de que sus pasos geométricos resultaban considerablemente infravalorados.

Primeramente Goldstein [Ref. 6] y con posterioridad Tachmindji y Milam [Ref. 7] argumentaron que esto se debía a que no resultaba correcto modelizar la acción que las palas de una hélice ejercen sobre el agua que las rodea mediante un conjunto infinito de líneas sustentadoras. En consecuencia introdujeron unos coeficientes correctores en la expresión que igualaba las vorticidades de las palas con las vorticidades de las infinitas líneas sustentadoras.

En el presente trabajo se demuestra que los planteamientos iniciales eran correctos y admisibles y que para que los diseños de las hélices resulten adecuados es preciso incluir en los cálculos la influencia de la contracción radial de la vena líquida que atraviesa el disco de la hélice entre éste y el infinito aguas abajo.

SUMMARY

The propeller designs that were done using the classical lifting line theory had the fault that the resultant geometrical pitches were considerably undervalued.

Firstly Goldstein and later on Tachmindji and Milam, explained that the reason of this was that it was not right to reproduce the action of the propeller blades on the surrounding water through a set of infinite lifting lines. In consequence they introduced a corrector coefficient in the formula which makes equal the total vorticity of the propeller blades to the total vorticity of the infinite lifting lines.

In this paper it is demonstrated that the initial assumptions were right and admissible and that in order that the propeller design were right, it is necessary to introduce in the calculations the influence of the radial contraction of the fluid vein passing through the propeller disk.

* SISTEMAR, S.A.

** Escuela Técnica Superior de Ingenieros Navales. Universidad Politécnica de Madrid

*** IZAR

INDICE

INDICE	2
1 INTRODUCCIÓN	4
2 ORÍGENES DE LA TEORÍA DE LAS LÍNEAS SUSTENTADORAS	6
3 CONSIDERACIONES SOBRE LA TEORÍA DE LAS LÍNEAS SUSTENTADORAS DE GOLDSTEIN	7
3.1 Modelización de la acción que la hélice ejerce sobre el agua que le rodea utilizada en la teoría de Goldstein	7
3.2 Campo de velocidades creado por las singularidades que modelizan a la hélice	10
3.3 Cálculo de las componentes tangencial y axial de las velocidades inducidas.	17
4 DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE CÁLCULO DE LAS VELOCIDADES INDUCIDAS QUE SE PROPONE SEGUIR PARA CORREGIR LA TEORÍA DE GOLDSTEIN.	22
4.1 Los torbellinos helicoidales que se enroscan en los cilindros forman parte de los lazos de torbellinos que modelizan a los conjuntos de elementos anulares de las palas de la hélice.	22
4.2 Los torbellinos helicoidales que se enroscan en los cilindros, son torbellinos libres de intensidades $\frac{\partial \Gamma}{\partial r} \delta r$.	24
5 BREVE DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA DE ORDENADOR QUE SE HA ELABORADO PARA COMPROBAR LA CALIDAD DE LAS MODIFICACIONES INTRODUCIDAS EN EL PROCEDIMIENTO DE GOLDSTEIN	28
6 RESULTADOS OBTENIDOS UTILIZANDO EL PROCEDIMIENTO DE GOLDSTEIN DEBIDAMENTE CORREGIDO	33
6.1 Características del buque objeto de estudio	33
6.2 Anteproyecto de una hélice convencional de las mismas características que las hélices ensayadas	34
6.3 Resultados de los cálculos realizados	35
6.3.1 Datos de entrada para la realización de los diseños utilizando diferentes procedimientos	35
6.3.2 Resultados de los cálculos realizados utilizando torbellinos helicoidales de intensidad $\frac{\partial \Gamma}{\partial r} \cdot \delta r$	35
6.3.3 Resultados de los cálculos realizados utilizando torbellinos helicoidales de intensidad $C_i(X_0)$	36
6.3.4 Resultados de los cálculos realizados utilizando la Nueva Teoría de la Impulsión	36
6.3.5 Análisis de los resultados de los cálculos que se han realizado	36
6.4 Estudio de la sensibilidad de las alternativas A y B al tipo de ley de distribución radial de la circulación.	39
7 CONCLUSIONES FINALES	41
8 TABLAS DE RESULTADOS	42
9 LISTA DE SÍMBOLOS	45

1 INTRODUCCIÓN

Todos los procedimientos existentes para el diseño de hélices requieren la utilización de una determinada modelización matemática de la acción que la hélice ejerce sobre el agua que le rodea.

Las modelizaciones matemáticas más completas se han desarrollado durante los últimos cincuenta años.

Dichas modelizaciones se pueden clasificar en dos grandes grupos según que las singularidades que se utilicen sean elementos anulares de disco actuador o líneas sustentadoras.

En las citadas modelizaciones se supone que el agua se comporta como si fuese un fluido ideal incompresible e irrotacional, a excepción del volumen ocupado por las singularidades que se utilicen en la modelización, que constituyen una interrupción en la continuidad de las propiedades del fluido ideal.

El campo de velocidades que surge a consecuencia de la interacción de la hélice con el agua que le rodea se pretende emular mediante el campo de velocidades creado por las singularidades sobre la región irrotacional del fluido ideal.

En la Teoría de la Impulsión la acción que la hélice ejerce sobre el agua que le rodea se modeliza mediante elementos anulares de disco actuador.

Esta teoría precedió a la teoría de las líneas sustentadoras, pero desde sus orígenes incorporó errores de gran importancia que hicieron que los proyectos realizados utilizando dicha teoría resultasen erróneos y la teoría quedase en desuso.

Por una parte se ignoró la contracción radial de la vena líquida que atraviesa el disco de la hélice (al igual que sucedió con la teoría de las líneas sustentadoras) y por otra parte al desarrollar la teoría de la impulsión mixta, para poder calcular las velocidades inducidas angulares, el balance de energía se formuló erróneamente.

En las referencias (9), (10) y (11), dichos errores se subsanaron y además la teoría de la impulsión se generalizó, con lo cual en la actualidad dicha teoría, una vez enmendada y generalizada se denominó Nueva Teoría de la Impulsión. Dicha teoría constituye una herramienta sumamente ágil y precisa para el diseño de todo tipo de hélices.

A pesar de las indiscutibles y conocidas ventajas de la Nueva Teoría de la Impulsión los autores han decidido explorar las posibilidades existentes para recuperar la Teoría de Goldstein y poderla utilizar también en el diseño de hélices.

En caso de éxito esta teoría resultará más ventajosa que la teoría de los factores de Inducción de Lerbs (ref. 8) que tiene los inconvenientes de ignorar también la contracción radial de la vena líquida y requerir un proceso de cálculo más complicado e indirecto. Por otra parte su formulación no permite el tipo de saneamiento que se ha realizado a la teoría de Goldstein.

El presente trabajo ha constituido un ejercicio de aplicación durante el curso Procedimientos Avanzados de Diseño de Hélices correspondiente al programa de doctorado de la ETSIN del curso 2003 – 2004 impartido por D. Gonzalo Pérez Gómez, al que asistió como coordinador D. Antonio Souto, y en el que trabajaron activamente los autores del presente trabajo.

2 ORÍGENES DE LA TEORÍA DE LAS LÍNEAS SUSTENTADORAS

Los fundamentos de la teoría de la circulación o teoría vorticial, también conocida como teoría de las líneas sustentadoras datan de 1907. F.W. Lanchester [Ref. 2] justificó las fuerzas de sustentación que actúan sobre las alas de un avión por la existencia de circulación alrededor de las secciones transversales de las alas.

Lanchester afirmó también que las líneas de torbellino que justificaban la existencia de la circulación habrían de prolongarse hasta el infinito aguas abajo de la hélice.

Sus tesis no fueron plenamente aceptadas hasta que en 1919 Prandtl demostró que el comportamiento de un elemento anular de la pala de una hélice en su movimiento helicoidal relativo al agua, era equivalente al comportamiento que tendría un perfil bidimensional de envergadura finita del mismo espesor y forma que el elemento anular de pala en presencia de un flujo bidimensional equivalente al desarrollo del movimiento helicoidal relativo, con respecto al fluido, del elemento anular.

Cuando se utilizó este planteamiento en el proceso de diseño de las hélices se incorporó también la modelización mediante líneas sustentadoras, partiendo de la hipótesis de que las Z palas de la hélice podían modelizarse mediante un conjunto de infinitas líneas sustentadoras uniformemente distribuidas pasando todas por el punto de intersección del disco de la hélice con el eje geométrico del eje de cola.

Las referencias (2), (3), (4), (5), (9), (10) y (11) contienen amplias descripciones de la modelización de la hélice mediante líneas sustentadoras.

3 CONSIDERACIONES SOBRE LA TEORÍA DE LAS LÍNEAS SUSTENTADORAS DE GOLDSTEIN

3.1 Modelización de la acción que la hélice ejerce sobre el agua que le rodea utilizada en la teoría de Goldstein

A continuación, se procede a efectuar una presentación resumida de dicha teoría que permita el seguimiento de los trabajos realizados.

El procedimiento más intuitivo para calcular el empuje T que una hélice ejerce sobre el agua que la rodea consiste en descomponer la hélice en un conjunto de elementos anulares de palas. Dichos elementos anulares se obtienen interceptando las palas de la hélice con un haz de cilindros coaxiales con la línea de ejes.

Una vez que se haya valorado la acción ejercida por cada conjunto de elementos anulares de palas del mismo radio y estas se hayan proyectado en la dirección de la línea de ejes se puede obtener la resultante general de los empujes efectuados por la hélice realizando la oportuna integración de los empujes elementales entre el núcleo y los extremos de las palas.

Las fuerzas sustentadoras que actúan sobre cada elemento anular se calculan suponiendo que dicho elemento se comporta como si perteneciese a un perfil bidimensional de envergadura infinita en presencia de un flujo homogéneo y unidireccional equivalente al desarrollo del movimiento relativo del agua con respecto al elemento anular. Como es sabido dicho movimiento es tridimensional y helicoidal.

Para modelizar matemáticamente la acción que cada elemento anular de pala ejerce sobre el fluido basta reemplazar dicho elemento por un elemento radial de tubo de torbellinos cuya intensidad $\Gamma(r)$ coincide con el valor de la circulación que se desarrolla alrededor del elemento anular de pala situado en la estación de radio r .

La fuerza de sustentación $L(r)$ ejercida sobre el elemento anular de pala es la misma que la ejercida sobre el elemento radial de tubo de torbellino. Aplicando la fórmula de Kutta-Jovkowsky se obtiene:

$$L(r) = \rho V^*(r) \Gamma(r) \quad (1)$$

$V^*(r)$ es el módulo de la velocidad relativa del agua con respecto al elemento anular de pala, situado en el cilindro de radio r .

La modelización de una pala de una hélice en principio no es más que el conjunto de los infinitos elementos radiales de tubos de torbellinos que modelizan los respectivos elementos anulares de pala.

Para definir la posición espacial de cada elemento radial de tubo de torbellino es preciso establecer cierto convencionalismo.

Por conveniencia de cálculo, se considerará que los elementos radiales de tubos de torbellinos que modelizan una misma pala, se hallan situados en el espacio sobre una línea recta que denominaremos línea sustentadora.

En la figura (1) se ha representado una línea sustentadora genérica y su distribución radial de la circulación. Dicha línea se ha representado de modo que sea perpendicular a la línea de ejes.

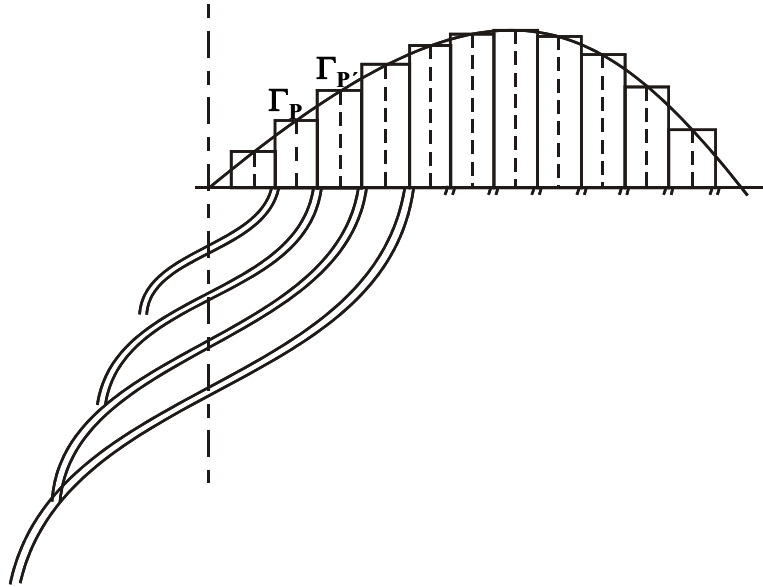


Figura 1

La simple modelización de una pala de la hélice mediante una línea sustentadora, cuya circulación varía radialmente, no es correcta por no cumplir con los teoremas de Helmholtz que entre otras cosas establecen que la intensidad de la circulación debe permanecer constante en el interior de un tubo de torbellino.

La solución para solventar esta dificultad consiste en recordar que en la teoría de los elementos de pala se considera que las acciones de dichos elementos anulares son independientes entre sí.

Se puede considerar, por lo tanto, que los elementos radiales de tubos de torbellinos son independientes entre sí, a pesar de estar alineados sobre misma línea soporte (línea sustentadora).

Como es sabido, cuando un perfil bidimensional de envergadura finita se mueve en el seno de un fluido en reposo posee el sistema de vórtices asociados que se indica en la figura (2).

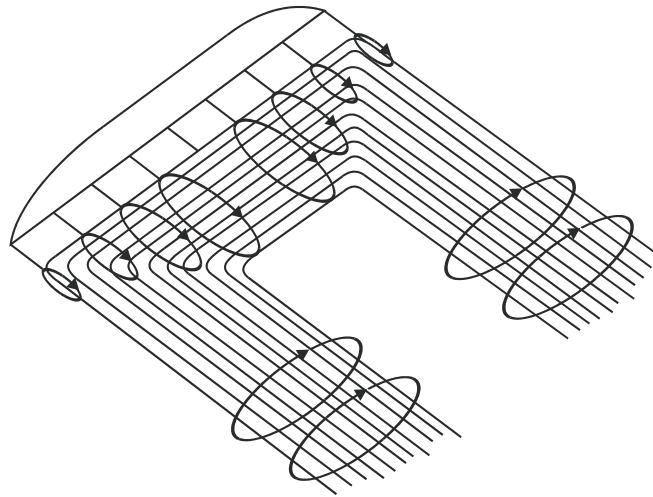


Figura 2

Los torbellinos traza se orientan paralelamente a las líneas de corriente, o lo que es lo mismo a las trayectorias de las moléculas de agua por tratarse de un movimiento permanente.

Extendiendo este modelo a la modelización de la pala de una hélice, se ha de concluir que el conjunto de elementos radiales de tubos de torbellinos ha de completarse con unos tubos de torbellinos helicoidales (lazos de tubos de torbellinos) que parten de cada extremo de cada elemento de torbellino radial y forman conjuntos individuales con sus respectivos elementos radiales de tubos de torbellino.

En la figura (3) se ha representado un elemento anular de tubo de torbellino y sus torbellinos traza asociados.

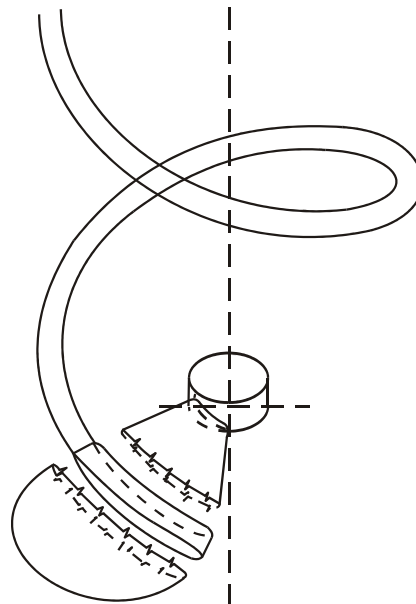


Figura 3

En la figura (1) se han representado los lazos de tubo de torbellino compuestos por elementos de tubos de torbellino radiales y sus torbellinos helicoidales asociados.

Obsérvese que la modelización efectuada permite considerar que en las estaciones de control de una misma línea sustentadora existan valores diferentes de la circulación.

En la figura (1) se puede observar también que sobre cada uno de los cilindros que pasan por los extremos de los elementos radiales de los tubos de torbellinos se enroscan los torbellinos helicoidales, también llamados torbellinos libres, correspondientes a los dos tramos radiales de tubos de torbellinos adyacentes, que poseen valores diferentes de la circulación.

Goldstein hizo intervenir en sus cálculos a los dos tubos de torbellinos helicoidales que se enroscan sobre cada superficie cilíndrica.

Lerbs [Ref. 8], en cambio, precedió a sustraer los valores de la circulación correspondientes a los dos tramos adyacentes de torbellinos radiales, puesto que las direcciones de las intensidades de los torbellinos helicoidales, enroscados sobre un mismo cilindro, son opuestas.

Aplicando el teorema de los incrementos finitos se obtiene:

$$\Gamma_{p'} = \Gamma_p + \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial r} \right]_p \delta r$$

$$\Gamma_{p'} - \Gamma_p = \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial r} \right]_p \delta r$$

Los torbellinos libres utilizados por Lerbs en sus cálculos tienen intensidades iguales a $\Gamma_{p'} - \Gamma_p$.

Se estima oportuno puntualizar que la forma de proceder de Lerbs no es absolutamente correcta, ya que los ángulos hidrodinámicos de paso de los torbellinos libres asociados a los puntos P y P' no son iguales y por lo tanto los torbellinos libres enroscados sobre la superficie cilíndrica común no están superpuestos y no resulta totalmente riguroso sustraer algebraicamente sus intensidades respectivas.

3.2 Campo de velocidades creado por las singularidades que modelizan a la hélice

A continuación, una vez expuesta la modelización efectuada de la acción que la hélice ejerce sobre el agua que le rodea, se procederá al cálculo de las velocidades inducidas por la hélice, o lo que es lo mismo, de las velocidades inducidas por el conjunto de torbellinos radiales y helicoidales que modelizan la hélice.

El objetivo de los cálculos es evaluar las magnitudes de las componentes de las velocidades inducidas en el disco de la hélice.

La hipótesis de partida es que se pueden modelizar las Z palas de la hélice con valores de la circulación $\Gamma(r)$, siendo r el radio de un elemento anular de pala genérico, por un conjunto (n) de infinitas líneas sustentadoras con valores de la circulación $\Gamma_n(r)$ en una estación genérica de radio r .

Tal afirmación equivale a aceptar que se verifica:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} n\Gamma_n(r) &= Z\Gamma(r) \\ \Gamma_n(r) &\rightarrow 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Z es el número de palas de la hélice y $\Gamma(r)$ es la circulación que se desarrolla sobre la estación anular de radio r de una pala de la hélice.

Debido a que los resultados obtenidos utilizando la modelización clásica no conducían a pasos geométricos adecuados. Goldstein [Ref. 6] modificó la hipótesis de partida reemplazándola por la siguiente:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \chi n\Gamma_n(r) &= Z\Gamma(r) \\ \Gamma_n(r) &\rightarrow 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Los factores χ a aplicar fueron deducidos primeramente por Goldstein [Ref. 6] y con posterioridad por Tachmindji y Milan [Ref. 7].

En lo que sigue se utilizará la igualdad (2) ya que como se demuestra más adelante es correcta y no precisa de las correcciones (3).

Teniendo en cuenta que, por lo general, las relaciones área disco de las hélices de los buques son superiores a 0,50, a priori parece más lógico modelizarlas mediante un número infinito de líneas sustentadoras que modelizar cada pala por una única línea sustentadora.

En principio, para calcular las velocidades inducidas por la región rotacional del fluido sobre la región irrotacional existe el recurso de utilizar la fórmula de Biot-Savart que establece:

$$\vec{W}_Q = \frac{1}{4\pi} \int_{r_0}^{\infty} \frac{\Gamma(r) \overline{dl} \wedge \overline{s}}{s^3} \quad (4)$$

\vec{W}_Q es la velocidad inducida en un punto Q del disco de la hélice por un tubo de torbellino de intensidad $\Gamma(r)$.

\overline{dl} es un elemento diferencial de arco situado sobre el tubo de torbellino

\vec{s} es el vector posición del elemento $d\vec{l}$ con relación al punto Q .

A continuación se comprobará que los desarrollos tradicionales fueron extraordinariamente ingeniosos y permitieron hacer los cálculos fácilmente abordables con las herramientas de cálculo existentes entonces.

Los tubos de torbellinos radiales no inducen velocidades en el plano del disco de la hélice. Esto es evidente teniendo en cuenta, que sea cual sea la situación del punto en el que se desee calcular la velocidad inducida, existen siempre tantas líneas sustentadoras situadas a la izquierda como líneas sustentadoras existen a la derecha y las velocidades inducidas por cada par de líneas sustentadoras simétricas con respecto a la línea que une el centro de la línea de ejes con el punto en cuestión, se cancelan entre sí.

El problema se reduce a calcular las componentes de las velocidades inducidas por los torbellinos helicoidales que parten de los extremos de cada tramo radial de tubo de torbellinos.

En primer lugar, se deducirán ciertas propiedades de gran interés sobre el campo de velocidades inducidas por los infinitos torbellinos helicoidales que se enroscan sobre un cilindro de radio r .

Cada uno de los torbellinos helicoidales forma parte de uno de los lazos de torbellino que modelizan a los elementos anulares de las palas comprendidos entre los radios $(r - dr)$ y r según se indica en las figuras 1 y 4.

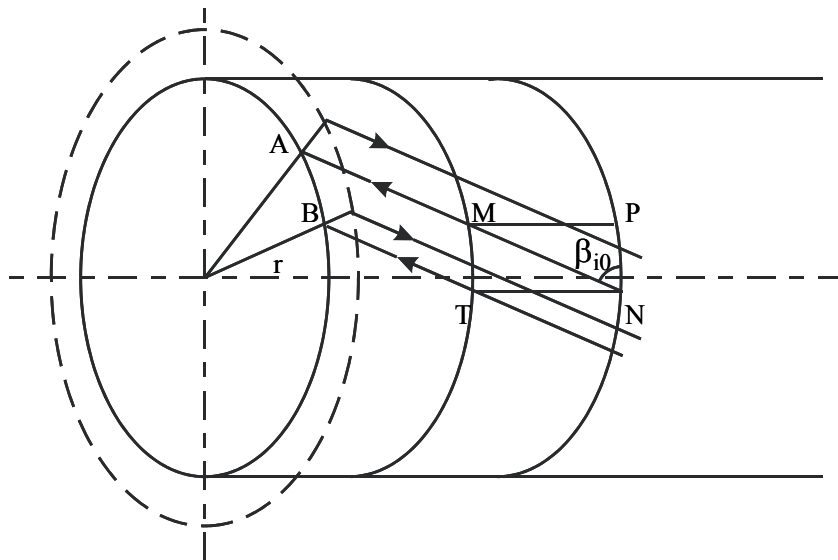


Figura 4

Para definir el campo de velocidades se utilizará un sistema de referencia cilíndrico en el cual el eje OX coincide con el eje matemático de la línea de ejes siendo su versor \vec{i} . El eje r es el radio polar siendo su versor \vec{r}_0 . El versor $\vec{\theta}_0$ es perpendicular a los anteriores e indica la dirección de la componente tangencial de la velocidad inducida.

La expresión del vector velocidad inducida \vec{W} en cualquier punto del espacio es:

$$\vec{W} = W_x \vec{i} + W_r \vec{r}_0 + W_\theta \vec{\theta}_0 \quad (5)$$

Se supone que el agua se comporta como si fuese un fluido ideal e incompresible. Por tratarse de un fluido incompresible se verificará:

$$\text{div } \vec{W} = \frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial W_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (6)$$

Fuera del volumen fluido ocupado por los torbellinos helicoidales el movimiento es irrotacional y se verificará:

$$\text{rot } \vec{W} = 0$$

Expresando que las componentes del vector $\text{rot } \vec{W}$ son nulas se obtiene:

$$\frac{\partial W_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial W_r}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial W_x}{\partial \theta} - \frac{\partial W_\theta}{\partial x} = \frac{\partial W_r}{\partial x} - \frac{\partial W_x}{\partial r} = 0 \quad (7)$$

En la figura (4) se muestran dos torbellinos helicoidales consecutivos que se enroscan sobre un mismo cilindro de radio r . Asimismo se han representado también los respectivos lazos de torbellino de los que forman parte.

Los torbellinos helicoidales tienen un ángulo de paso hidrodinámico igual a β_{i0} .

En la figura (5) se ha representado el polígono de velocidades correspondiente a la velocidad relativa del agua con respecto al disco de la hélice en un plano perpendicular a la línea de ejes de abscisa genérica x .

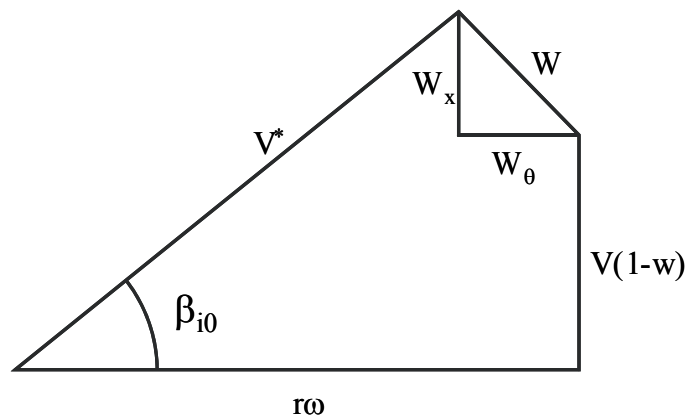


Figura 5

Las posiciones de equilibrio de los torbellinos helicoidales deben ser tangentes a los vectores \vec{V}^* , ya que las regiones rotacional e irrotacional han de ser inmiscibles.

En la modelización tradicional se supuso que la configuración geométrica de los torbellinos libres era de hélices cilíndricas de paso constante y esto conlleva aceptar que el campo de velocidades existente en la región irrotacional posee simetría axial, verificándose por lo tanto:

$$\frac{\partial W_x}{\partial \theta} = \frac{\partial W_r}{\partial \theta} = \frac{\partial W_\theta}{\partial \theta} \quad (8)$$

Teniendo en cuenta la fórmula de Biot – Savart (4), las contribuciones de los elementos de torbellinos helicoidales decrecen en importancia con el cuadrado de la distancia. Por tanto, resulta evidente que a partir de un cierto valor de x , la variación de \vec{W} con x es insignificante. Esto es así porque al aumentar el valor de x , los elementos de tubo de torbellino que se ganan aguas arriba de ese punto tienen una contribución en \vec{W} prácticamente nula debido a que decrecen en importancia con el cuadrado de la distancia como ya hemos comentado. Se puede establecer por lo tanto:

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} = \frac{\partial W_r}{\partial x} = \frac{\partial W_\theta}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

De las igualdades (6), (7), (8) y (9) se deducen las siguientes conclusiones:

$$\begin{aligned} W_x &= \text{cte.} \\ W_r &= \text{cte.} \\ W_\theta &= \text{cte.} \end{aligned} \quad (10)$$

Como las regiones rotacional (torbellinos helicoidales enroscados en el cilindro de radio r) e irrotacional (espacios interior y exterior al cilindro) deben ser inmiscibles, se ha de cumplir sobre el cilindro de radio r y, por tanto, en todo el medio fluido:

$$W_r = 0 \quad (11)$$

Al ser totalmente independientes las regiones interior y exterior al cilindro de radio r en el que están enroscados los torbellinos helicoidales, las constantes de integración de las expresiones (10) deben ser diferentes para cada una de dichas regiones.

Cuando el punto Q sobre el que se induce la velocidad \vec{W}_Q está a gran distancia de la línea de torbellinos considerada, \vec{s} tiende a infinito y \vec{W}_Q tiende a cero.

Como en la región exterior W_x y W_θ son constantes es evidente que como en el infinito dichas componentes son nulas, también han de ser nulas en la totalidad del volumen exterior al cilindro de radio r .

Se deduce por lo tanto, que los torbellinos helicoidales únicamente inducen velocidades en la región interior al cilindro de radio r .

Otra conclusión de gran interés, que se deduce de la modelización que se ha realizado de la región rotacional, es la que se obtiene de los siguientes razonamientos.

A partir de una estación axial x , suficientemente distante del disco de la hélice, existen a efectos prácticos las mismas longitudes de torbellinos helicoidales inductores aguas arriba que aguas abajo de dicha estación x . Por otra parte los vectores velocidades inducidas por los torbellinos situados aguas arriba y aguas abajo son iguales en módulo y dirección.

En el disco de la hélice únicamente existen torbellinos helicoidales inductores aguas abajo, por lo tanto se ha de concluir que las magnitudes de las velocidades inducidas en el disco de la hélice son la mitad de las magnitudes de las velocidades inducidas en el infinito aguas abajo.

Esta conclusión es incompatible con la modelización efectuada.

Es evidente que las áreas de las secciones transversales de la vena líquida considerada, en el disco de la hélice y en el infinito aguas abajo son iguales y por lo tanto no se puede aceptar que la componente axial de la velocidad inducida en el disco de la hélice sea la mitad que la componente axial de la velocidad inducida en el infinito aguas abajo ya que en tal caso no se verificaría la ecuación de continuidad.

Se hace preciso, por tanto, mejorar la modelización de las posiciones de equilibrio de los torbellinos helicoidales o, lo que es lo mismo, de la superficie de revolución que encierra la vena líquida.

Más adelante se explica con detenimiento la manera de proceder en el proceso de cálculo.

A continuación se ignorará la incompatibilidad descrita y se procederá al cálculo de las componentes tangencial y axial de las velocidades inducidas tal y como se procedía tradicionalmente.

Considérese que el torbellino helicoidal \overline{MN} se intercepta por dos círculos consecutivos que pasan por los puntos M y N . T es un punto de paso del torbellino helicoidal infinitamente próximo al \overline{MN} debido a que M y T son los puntos donde dos elementos radiales de torbellinos situados sobre dos líneas sustentadoras consecutivas interceptan al cilindro de radio r .

De la figura (4) se deduce que el diferencial $\delta\overline{W}_Q$ de velocidad inducida en Q por el elemento diferencial de torbellino helicoidal es:

$$\delta \vec{W}_Q = \frac{\Gamma_n}{4\pi} \frac{(\overline{QM} \wedge \overline{MN})}{[\overline{QM}]^3} \quad (12)$$

Los puntos M , P y N están infinitamente próximos y sus distancias a Q en dirección y módulo son prácticamente equivalentes. Se puede establecer por consiguiente:

$$\overline{QM} \wedge \overline{MN} = \overline{QM} \wedge [\overline{MP} + \overline{PN}]$$

La igualdad precedente establece que, a efectos del cálculo de la velocidad inducida, el vector \overline{MN} puede sustituirse por la suma $\overline{MP} + \overline{PN}$. En otras palabras el tramo de torbellino helicoidal \overline{MN} puede reemplazarse por la suma del tramo de torbellino rectilíneo \overline{MP} y el tramo de torbellino circular \overline{PN} .

Efectuando sustituciones similares de la totalidad de los n tubos de torbellinos helicoidales se llega a la conclusión de, que a efectos del cálculo de las velocidades inducidas, los n torbellinos helicoidales pueden ser reemplazados por un conjunto de n tubos de torbellinos rectilíneos situados sobre generatrices del cilindro de radio r más un conjunto de n tubos independientes de torbellinos circulares situados en planos perpendiculares a las generatrices del cilindro de radio r .

Esta conclusión, que se debe a haber introducido en la modelización de la hélice un conjunto de infinitas líneas sustentadoras, simplifica extraordinariamente los cálculos haciendo posible que las velocidades inducidas se puedan calcular mediante expresiones analíticas sencillas y desacopladas.

Si en lugar de manejar infinitas líneas sustentadoras se manejan, como hizo Lerbs [Ref.8], un número de líneas sustentadoras igual al número de palas de la hélice, el cálculo de las velocidades inducidas se complica extraordinariamente.

Por otra parte al enroscarse las líneas sustentadoras en un cilindro de radio r , la modelización de Lerbs infringe la ecuación de continuidad, ya que de la modelización realizada por Lerbs se deduce que las velocidades inducidas en el infinito aguas abajo tienen unos valores dobles que los valores correspondientes del disco de la hélice.

De la figura (4) se deduce:

$$\frac{\overline{MP}}{\overline{PN}} = \tan \beta_{io}$$

La distancia entre dos torbellinos circulares consecutivos es:

$$\overline{MP} = \overline{PN} \tan \beta_{io} = \frac{2\pi r}{n} \tan \beta_{io} \quad (13)$$

El número de torbellinos circulares por unidad de longitud axial es:

$$\frac{1}{MP} = \frac{n}{2\pi r \tan \beta_{io}} \quad (14)$$

Con anterioridad se ha podido comprobar que el cálculo de las velocidades inducidas en el infinito aguas abajo se simplifica de manera notoria, y asimismo se ha deducido también, razonando con una modelización incorrecta, que las velocidades en el disco de la hélice son la mitad de los valores de dichas velocidades en el infinito aguas abajo.

De la figura (5) se deduce la siguiente expresión:

$$\tan \beta_{io} = \frac{V(1-w) + W_x}{r\omega - W_\theta} \quad (15)$$

Es evidente que si en la expresión precedente se entra con los valores de W_x y W_θ correspondientes al infinito aguas abajo, se obtiene un valor de β_{io} distinto del que se obtiene entrando con las componentes de las velocidades inducidas correspondientes al disco de la hélice.

Estamos ante una nueva e importante contradicción ya que al modelizar la hélice se supone que los torbellinos helicoidales adoptan posiciones de equilibrio de hélices cilíndricas de paso constante ($\beta_{io} = \text{cte}$).

Debido a dicha hipótesis, β_{io} se ha calculado siempre en el disco de la hélice a pesar de que, en las expresiones del cálculo de las velocidades inducidas, el valor de β_{io} que interviene es el correspondiente al infinito aguas abajo.

Esta es otra de las incongruencias que deben ser corregidas para rescatar la teoría de las líneas sustentadoras en su versión de un número infinito de palas.

3.3 Cálculo de las componentes tangencial y axial de las velocidades inducidas.

A continuación se calcularán las magnitudes de las componentes tangencial y axial de las velocidades inducidas por los conjuntos de torbellinos rectilíneos y circulares situados sobre el cilindro de radio r sobre la región interior del cilindro.

Estos cálculos resultan sumamente sencillos debido a las propiedades (10) y (11) del campo de velocidades inducidas en el infinito aguas abajo.

En la figura (6) se ha dibujado un contorno de integración situado en un plano transversal del cilindro suficientemente alejado del disco de la hélice.

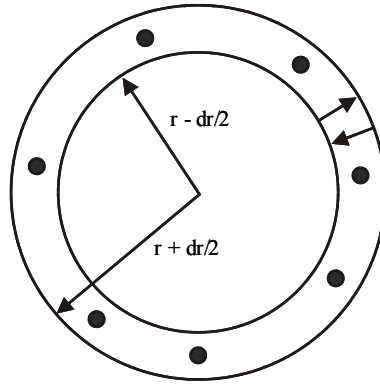


Figura 6

Considérese la superficie del elemento anular de círculo que se apoya en el contorno de integración.

A continuación se aplicará el teorema de Stokes.

La componente axial del vector velocidad es perpendicular al contorno elegido y por lo tanto su circulación sobre el contorno es nula.

Sobre el círculo exterior al cilindro de radio r en el que están situados los torbellinos rectilíneos las componentes tangencial y axial del vector velocidad son nulas.

Sobre los dos radios que unen los dos círculos la circulación es nula.

Únicamente existe circulación del vector velocidad sobre el círculo de menor radio.

Aplicando el teorema de Stokes se obtiene:

$$2\pi \left(r - \frac{\delta r}{2} \right) \cdot W_{\theta} = \iint_S \text{rot } \vec{W} \cdot \vec{\delta a} = n\Gamma_n = Z\Gamma_Z \quad (16)$$

Al tener carácter infinitesimal δr , de la expresión anterior se deduce:

$$W_{\theta} = \frac{Z \cdot \Gamma_Z}{2\pi r} \quad (17)$$

El valor de W_{θ} en el disco de la hélice según los desarrollos tradicionales es:

$$W_{\theta} = \frac{Z \cdot \Gamma_Z}{4\pi} \quad (18)$$

Más adelante se comprobará que al corregir la teoría de Goldstein, W_{θ} en el disco de la hélice no se calculará utilizando la expresión (18).

Para calcular la componente axial de la velocidad inducida W_x es preciso elegir, para aplicar Stokes, un contorno de integración perpendicular a la componente tangencial de la velocidad inducida.

Asimismo se supondrá que el contorno de integración se halla situado en el infinito aguas abajo.

En la figura (7) se ha representado el contorno. Se trata de un contorno plano situado en un plano meridiano del cilindro.

Dos lados son paralelos a las generatrices del cilindro y los otros dos están situados sobre radios del cilindro.

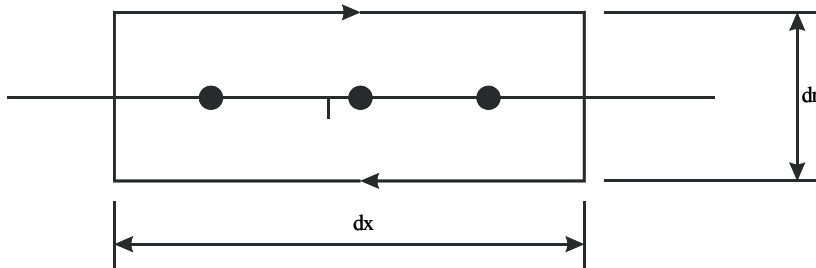


Figura 7

Evidentemente las componentes tangenciales son perpendiculares al contorno y por lo tanto no contribuyen al valor de la circulación sobre el contorno.

Sea I la intensidad de los torbellinos circulares que existen por unidad de longitud.

Se recuerda que en el exterior del cilindro de radio r no existe velocidad inducida.

Aplicando Stokes se obtiene:

$$W_x \delta x = I \delta x \quad (19)$$

El número de torbellinos circulares existentes por unidad de longitud, es según (14):

$$I = \frac{n \Gamma_n}{2\pi r \tan \beta i o} = \frac{Z \cdot \Gamma_z}{2\pi r \tan \beta i o}$$

$$W_x = \frac{Z \cdot \Gamma_z}{2\pi r \tan \beta i o} \quad (20)$$

En la teoría de Goldstein se acepta que el valor de W_x en el disco de la hélice es:

$$W_x = \frac{Z \cdot \Gamma_z}{4\pi r \tan \beta_{io}} \quad (21)$$

Para poder calcular W_x es necesario conocer β_{io} que a su vez depende de W_x . Éste inconveniente se puede solventar teniendo en cuenta la expresión (15) que se transcribe a continuación:

$$\tan \beta_{io} = \frac{V[1-w] + W_x}{r\omega - W_\theta}$$

Los valores de W_x y W_θ con los que se debe entrar en la igualdad precedente han de ser los correspondientes al infinito aguas abajo.

Haciendo operaciones se obtiene:

$$\tan \beta_{io}^2 \left[r\omega - \frac{Z \cdot \Gamma_z}{2\pi r} \right] - V[1-w] \tan \beta_{io} - \frac{Z \cdot \Gamma_z}{2\pi r} = 0 \quad (22)$$

La igualdad precedente permite deducir el valor de β_{io} en el infinito aguas abajo, que a su vez permitiría obtener el valor de W_x (expresión 20).

De la ecuación (22) se deberá elegir la solución que conduzca a un valor menor de β_{io} .

A continuación se ha de proceder a calcular la acumulación de las velocidades inducidas en un punto Q por todas las capas de torbellinos helicoidales que tienen en su interior al punto Q , ya que las capas de torbellinos interiores al punto Q no inducen sobre él ninguna velocidad.

En la teoría de Goldstein, cuando se aborda este problema, se razona de la siguiente manera: Las superficies en las que se enroscan los torbellinos helicoidales se agrupan por parejas (véase Fig. 3) de manera que los cilindros pasen por los extremos de cada uno de los elementos de torbellinos radiales que modelizan a los elementos anulares de las palas de la hélice.

Debido a que la diferencia δr entre los radios de los cilindros consecutivos en que se enroscan los torbellinos, que forman parte de los lazos asociados a un mismo conjunto de elementos anulares de pala, tiene carácter infinitesimal y en ellos las intensidades de las circulaciones son iguales y opuestas, se puede suponer que la velocidad que dicho conjunto de torbellinos helicoidales induce en un punto Q interior a ellos es nula.

De las consideraciones precedentes se deduce que la velocidad inducida en un punto Q ha de proceder únicamente de los lazos de torbellinos helicoidales que están situados sobre los cilindros consecutivos que encierran al punto Q .

La hipótesis que se ha formulado parece evidente cuando r_Q sea apreciablemente inferior a $r - \delta r$ y r , pero cuando $|r_Q - r|$ sea del mismo orden de magnitud que δr las distancias desde r_Q a $r - \delta r$ y r ya no se podrán considerar análogas, y las diferencias entre los valores de β_{i0} sobre los cilindros de radios $r - \delta r$ y r ya no se podrán considerar despreciables.

Estas consideraciones hacen aconsejable que al programar el procedimiento de Goldstein corregido se prevea la posibilidad de considerar alternativamente que, de acuerdo con la hipótesis de Lerbs, se cancelen parcialmente los torbellinos helicoidales pertenecientes a la modelización de los conjuntos adyacentes de elementos de pala que se enroscan sobre un mismo cilindro.

Esta segunda alternativa requiere que se calculen la totalidad de las velocidades inducidas por los torbellinos libres, de intensidades $\frac{\partial \Gamma}{\partial r} \cdot \delta r$, que se enroscan sobre los cilindros exteriores al citado punto Q en el que se desea calcular la velocidad inducida.

4 DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE CÁLCULO DE LAS VELOCIDADES INDUCIDAS QUE SE PROPONE SEGUIR PARA CORREGIR LA TEORÍA DE GOLDSTEIN.

Como es sabido, el cálculo de las velocidades inducidas se efectúa en una subrutina que pertenece al programa general de diseño de una hélice.

El proceso general de diseño que se ha seguido será descrito en el capítulo siguiente.

En este capítulo se centrará la atención en describir detalladamente el nuevo proceso de cálculo de las velocidades inducidas que se propone seguir.

En lo que sigue se partirá de una distribución radial de la circulación $C_i(r)$ y se supondrán conocidos los valores de las cuerdas $Cr(r)$ de las secciones anulares de las palas y los valores medios circunferenciales $w(r)$ del campo de estelas efectivas.

La distribución radial $C_i(r)$ estará asociada a un valor V de la velocidad del buque.

Naturalmente también serán conocidas la velocidad angular de diseño ω , el diámetro D de la hélice y el número de palas (Z) de la hélice.

4.1 Los torbellinos helicoidales que se enroscan en los cilindros forman parte de los lazos de torbellinos que modelizan a los conjuntos de elementos anulares de las palas de la hélice.

En primer lugar, siguiendo la práctica tradicional, se aceptará como primera aproximación que los torbellinos helicoidales se enroscan sobre cilindros coaxiales con la línea de ejes.

Para cada uno de los cilindros que se hayan hecho intervenir en la modelización se deducirá el valor de $\beta_{io}(r)$ que se deduce de la ecuación (22).

Se recuerda que dicha ecuación únicamente es válida en el infinito aguas abajo del disco de la hélice.

A continuación se calculan las componentes tangencial (W_θ) y axial (W_x) de las velocidades inducidas utilizando las expresiones (17) y (20) que, evidentemente, no dependen del número de estaciones de control que se utilicen en el proceso de cálculo.

Siguiendo el procedimiento tradicional se valoran las velocidades inducidas en el disco de la hélice suponiendo que sus valores son la mitad que los valores calculados en el infinito aguas abajo.

A continuación se procede a hacer que la modelización de las posiciones de equilibrio de los torbellinos helicoidales sea compatible con la ecuación de continuidad. Para ello se calculan los radios que han de tener las superficies meridianas, en la que se enroscan los torbellinos en el infinito aguas abajo, para que se cumpla la ecuación de continuidad.

Sean $X_0(i)$ los radios adimensionales de control de las secciones anulares de las palas en el disco de la hélice y $X_{0c}(i)$ los radios adimensionales de las superficies de revolución en el infinito aguas abajo.

Aplicando la ecuación de continuidad entre cada dos cilindros consecutivos de la modelización, se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \pi \left[X_0(i+1)^2 - X_0(i)^2 \right] \left[V \left[1 - \frac{[W(i)+W(i+1)]}{2} \right] + W_{a0}(i+1) \right] = \\ \pi \left[X_{0c}(i+1)^2 - X_{0c}(i)^2 \right] \left[V \left[1 - \frac{[W(i)+W(i+1)]}{2} \right] + W_a(i+1) \right] \end{aligned} \quad (23)$$

$W_{a0}(i+1)$ es la componente axial de velocidad inducida en el disco de la hélice y $W_a(i+1)$ es la componente axial de la velocidad inducida en el infinito aguas abajo.

Las ecuaciones (23) se han de calcular partiendo del radio consecutivo al del núcleo de la hélice.

En el infinito aguas abajo el radio homólogo del radio del núcleo de la hélice $X_{0c}(1)$ es nulo.

Una vez finalizado el proceso de cálculo se conocerán los valores de los radios $X_{0c}(i)$.

A pesar de que las superficies de revolución no sean cilindros, sucede que a partir de un valor de X suficientemente alejado del disco de la hélice se puede considerar que los torbellinos helicoidales son cilindros de radios adimensionales $X_{0c}(i)$.

A continuación se calculan nuevamente los valores de $\beta_{io}(r)$ utilizando las ecuaciones (22).

Posteriormente se calculan las nuevas componentes de las velocidades inducidas $W_x(r)$ y $W_\theta(r)$ en el infinito aguas abajo y sobre las nuevas superficies cilíndricas.

Es obvio que, con esta manera de proceder, se obtienen unos valores de las velocidades inducidas diferentes a los anteriores y lógicamente más consistentes que los reales por provenir de unos torbellinos libres compatibles con la ecuación de continuidad.

Para calcular las componentes de las velocidades inducidas en el disco de la hélice se procede de la siguiente manera.

Las componentes axiales W_{a0} de las velocidades inducidas se calculan aplicando la ecuación de continuidad y utilizando un conjunto de ecuaciones análogo al (23) utilizando los valores últimos W_a que se han calculado.

Como resultados de los cálculos se obtienen los nuevos valores $W_{a0}(r)$.

Para calcular las componentes tangenciales de las velocidades inducidas en el disco de la hélice se ha de aplicar la conservación del momento cinético entre el disco de la hélice y el infinito aguas abajo.

Haciendo operaciones se obtiene la igualdad (24).

$$\frac{W_{\theta 0}(i+1)}{X_0(i+1)} = \frac{W_{\theta}(i+1)}{X_{0c}(i+1)} \left[\frac{(X_{0c}(i+1))^4 - (X_{0c}(i))^4}{(X_0(i+1))^4 - (X_0(i))^4} \right] \cdot \left[\frac{V \left(1 - \frac{W(i+1) + W(i)}{2} \right) + W_{x0}(i+1)}{V \left(1 - \frac{W(i+1) + W(i)}{2} \right) + W_{x0}(i+1)} \right]^{0,5} \quad (24)$$

$W_{\theta 0}(i+1)$ es el valor de la componente tangencial de la velocidad inducida en el disco de la hélice.

$W_{\theta}(i+1)$ es el valor de la componente tangencial de la velocidad inducida en el infinito aguas abajo.

El polígono de velocidades en el disco de la hélice se obtiene efectuando una composición de velocidades similar a la indicada en la figura (5).

4.2 Los torbellinos helicoidales que se enroscan en los cilindros, son torbellinos libres de intensidades $\frac{\partial \Gamma}{\partial r} \delta r$.

Como se recordará, esta es la hipótesis utilizada por Lerbs [Ref.8] en el desarrollo de su teoría de los factores de inducción.

Se ha optado por analizar los resultados que se obtienen con esta modelización con la finalidad de poder seleccionar el procedimiento de cálculo de las velocidades inducidas, basado en la hipótesis de que las Z palas de la hélice se pueden reemplazar por infinitas líneas sustentadoras, que sea más eficaz.

Considérese que la distribución radial de la circulación $Ci(r)$ se discretiza de la manera indicada en la figura (3).

Las circulaciones de los elementos radiales de tubos de torbellino en el modelo discretizado son:

$$Cip(i+1) = \frac{Ci(i+1) + Ci(i)}{2} \quad (25)$$

La circulación neta $C_{in}(i+1)$ de los torbellinos helicoidales que se enroscan en el cilindro de radio r es:

$$C_{in}(i+1) = C_{ip}(i+1) - C_{ip}(i) \quad (26)$$

Al igual que se hizo en el apartado 4.1, se supondrá, en una primera aproximación, que los torbellinos libres adoptan posiciones de equilibrio de hélices cilíndricas de paso constante que se enroscan en cilindros de radio r .

La ecuación (22), en principio, no resulta de utilidad para calcular los valores $\beta_{io}(r)$.

Debe recordarse que en esta modelización, el campo de velocidades existente sobre un cilindro de radio r , está influenciado por los campos de velocidades creados por los torbellinos helicoidales situados sobre los cilindros de radios superiores a r .

Para solventar este inconveniente se ha de proceder siguiendo un procedimiento de aproximaciones sucesivas.

En la primera iteración, los valores de $\beta_{io}(r)$ correspondientes a todos los torbellinos helicoidales que se enroscan en la totalidad de cilindros se calculan utilizando la ecuación (22), y los valores $C_i(r)$, a pesar de que tal aproximación no es cierta.

A continuación se calculan en cada una de las estaciones Q de control las velocidades inducidas por los torbellinos helicoidales con posiciones de equilibrio $\beta_{io}(r)$, enroscados sobre los cilindros de radios superiores a cada una de las estaciones de control. Las intensidades de estos torbellinos helicoidales se calculan utilizando las expresiones (25) y (26).

Al calcular los valores de W_θ y W_x , se ha de entrar con unos valores ficticios de $C_i(r)$ que se han de calcular con auxilio de las expresiones (25) y (26).

A continuación, en cada estación de control Q , se han de obtener los sumatorios ΣW_x y ΣW_θ de las componentes de las velocidades inducidas por los torbellinos helicoidales situados sobre los cilindros de radios superiores al correspondiente de la estación de control Q .

Evidentemente, a diferencia de lo que sucede en el caso del procedimiento 4.1, en este caso, las magnitudes de las componentes de las velocidades inducidas sí dependen notoriamente del número de estaciones de control que se utilicen en el proceso de cálculo.

Una vez que se han obtenido los sumatorios mencionados se procede a calcular para cada radio r los valores de $\beta_{io}(r)$ mediante las siguientes expresiones:

$$tg\beta_{io}(i) = \frac{V \left[1 - \left(\frac{W(i) + W(i-1)}{2} \right) \right] + \sum W_x}{X_0(i) \frac{D}{2} \omega - \sum W_\theta} \quad (27)$$

Estos nuevos valores de β_{io} resultan más aproximados a los reales que los supuestos al iniciar la iteración.

A continuación se repite el proceso de cálculo que se ha descrito posicionando los torbellinos libres que se enroscan sobre cada cilindro de radio r utilizando los valores de $\beta_{io}(r)$ obtenidos utilizando las expresiones (27).

Por lo general a partir de la tercera iteración los valores $\beta_{io}(r)$ han convergido razonablemente a los valores reales.

A continuación, siguiendo un camino análogo al descrito en 4.1 se ha de mejorar la modelización haciendo que la superficie de revolución en la que se enroscan los torbellinos helicoidales satisfaga la ecuación de continuidad.

En una primera aproximación se supondrá que las componentes axiales de las velocidades inducidas en el disco de la hélice tienen unos valores iguales a la mitad de los correspondientes en el infinito aguas abajo.

Utilizando un sistema de ecuaciones análogo al (23) se obtienen los valores $X_{0c}(r)$ correspondientes a los radios, en el infinito aguas abajo, de las superficies de revolución en las que se enroscan los torbellinos libres.

Las consideraciones presentadas en 4.1 son extensibles también a esta modelización.

A continuación se han de situar los tubos de torbellinos libres sobre los cilindros de radios aguas abajo $X_{0c}(r)$.

Utilizando el proceso de aproximaciones sucesivas que se ha descrito con anterioridad se van mejorando las posiciones de los torbellinos libres en el infinito aguas abajo.

A partir de la tercera iteración se pueden calcular los valores totales de W_θ y W_x en el infinito aguas abajo en cada una de las estaciones de control.

Para calcular las componentes de las velocidades inducidas en el disco de la hélice se ha de seguir el mismo procedimiento que se ha descrito en 4.1. Es decir, se han de aplicar la ecuación de continuidad y el teorema de la conservación del momento cinético.

Se ha de tener en cuenta que las intensidades de los torbellinos libres utilizados en esta modelización tiene una magnitud igual a:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial r} \cdot \delta r = \frac{\partial C_i}{\partial r} \cdot \delta r$$

Para un número determinado de estaciones de control Q , δr tiene un valor (Δr) finito e igual para todos los elementos radiales de tubos de torbellino.

Las intensidades de los torbellinos libres dependen por lo tanto de $\frac{\partial \Gamma}{\partial r}$.

Es frecuente que en las estaciones extremas, los valores de $\frac{\partial \Gamma}{\partial r}$ resulten demasiado elevados en comparación con δr y que, por lo tanto, afecten a la precisión de los cálculos.

Este inconveniente podría eliminarse parcialmente haciendo más pequeños los incrementos δr .

Se advierte también que, al igual que sucede con el procedimiento de Lerbs [Ref.8], es muy frecuente que en las proximidades del núcleo las velocidades inducidas resulten negativas y por lo tanto inadmisibles.

Esta circunstancia afecta desfavorablemente a los procesos de cálculo iterativos y en especial al cálculo de la contracción en el infinito aguas abajo.

Una solución para evitar tales inconvenientes es que desde el núcleo hasta la estación de control Q en la que aparece la primera componente negativa de las velocidades inducidas, se reemplacen dichas velocidades y en su lugar se atribuyan otras que decrezcan proporcionalmente a la distribución radial de la circulación en las estaciones de control afectadas, partiendo de los valores de las componentes de las velocidades inducidas pertenecientes a la última estación en la que dichas componentes no son nulas.

Anticipando las conclusiones del capítulo 6 se puede afirmar que la extraordinaria calidad del procedimiento de cálculo descrito en 4.1 hace innecesario y desaconsejable cualquier intento de mejorar la calidad de los resultados de los cálculos obtenidos con este segundo procedimiento.

5 BREVE DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA DE ORDENADOR QUE SE HA ELABORADO PARA COMPROBAR LA CALIDAD DE LAS MODIFICACIONES INTRODUCIDAS EN EL PROCEDIMIENTO DE GOLDSTEIN

Al conocerse de antemano los inconvenientes del procedimiento primitivo de Goldstein, se ha optado por juzgar la calidad de las modificaciones introducidas en dicho procedimiento, comparando los resultados que se obtienen con el procedimiento modificado, con los que se obtienen utilizando la Nueva Teoría de la Impulsión.

En el capítulo segundo de la Ref. [11] se describe muy detalladamente el proceso que se ha de seguir para realizar el diseño de una hélice independientemente de la modelización que se utilice para el cálculo de las velocidades inducidas.

En la citada referencia se facilitan recomendaciones sobre la manera de generar analíticamente los datos de entrada para realizar el diseño.

Con el fin de que el presente trabajo no tenga una extensión excesiva no se describirán dichos pormenores y se procederá a realizar una exposición escueta del proceso de diseño.

Se supone que se ha introducido en el programa la siguiente información:

- Potencia de placa de la instalación propulsora (MCR)
- Revoluciones nominales de la hélice (RPM)
- Número de líneas de ejes (NL)
- Potencia de diseño de la hélice en porcentaje de la potencia de placa (PPA)
- Revoluciones de diseño de la hélice en porcentaje de las revoluciones nominales ($RPMA$)
- Rendimiento mecánico de la línea de ejes ($ETAM$)
- Coeficiente de succión (t)
- Coeficiente efectivo de estela a identidad de empuje (w)
- Rendimiento rotativo relativo (EER)
- Diámetro de la hélice (D)
- Abcisa adimensional del núcleo (XH)
- Longitud del núcleo (LH)
- Número de palas (Z)
- Valores de la potencia de remolque (EHP) para distintas velocidades (V) del buque
- Estaciones adimensionales de control que se van a hacer intervenir en los cálculos (X_0)
- Distribución radial de la circulación que se ha de adoptar en la primera iteración $Ci(X_0)$.
- Distribución radial de las cuerdas de las secciones anulares ($CR(X_0)$).
- Distribución radial de los espesores máximos de las secciones anulares de las palas ($TH(X_0)$).
- Distribución radial de los complementos a la unidad de los valores medios circunferenciales de los coeficientes locales de estelas efectivas ($ET(X_0)$).

Las explicaciones que se presentan a continuación van a estar relacionadas únicamente con el proyecto hidrodinámico de la hélice.

La selección de las relaciones tridimensionales flecha/cuerdas, y la obtención de los ángulos de pasos geométricos han sido realizadas utilizando la Nueva Teoría de Cascadas (ver capítulo 4 de Ref. [11]). En el nuevo programa de ordenador se han utilizado las mismas subrutinas que están programadas en el programa de diseño basado en la Nueva Teoría de la Impulsión.

Al iniciarse el programa de ordenador se supone que el rendimiento propulsivo (*EEP*) tiene un valor igual a 0,65.

Utilizando dicho valor se construye una curva *V-BHP* teniendo en cuenta que se verifica:

$$BHP = \frac{EHP}{EEP} \quad (28)$$

Entrando con un valor de *BHP* igual a $\frac{MCR \cdot PPA}{100}$ se obtiene una primera estimación de la velocidad *VVA* de proyecto de la hélice.

Entrando con el valor de *VVA* en la curva de la resistencia (*R*) al avance del buque se obtiene el valor del empuje *TTA* de proyecto de hélice.

$$TTA = \frac{R}{(1-t) \cdot NL} \quad (29)$$

A continuación se procede al cálculo de las velocidades inducidas.

El programa realiza este cálculo utilizando alternativamente el procedimiento descrito en 4.1 (Lazos de torbellinos completos), o el procedimiento descrito en 4.2 (Torbellinos libres compensados).

Conociendo las velocidades inducidas en el disco de la hélice se pueden conocer los valores de $V^*(X_0)$ y de $\beta_{io}(X_0)$ correspondientes a todas las estaciones de control.

Asimismo se pueden conocer los valores de los empujes ideales por unidad de longitud radial correspondientes a todas las secciones anulares de la hélice utilizando la siguiente expresión:

$$TCI(X_0) = Z\rho V^*(X_0)C_i(X_0)\cos\beta_{io}(X_0) \quad (30)$$

Los empujes reales en cada sección anular se obtienen con auxilio de las siguientes expresiones:

$$TCI_{util}(X_0) = TCI(X_0) - ZRv(X_0)sen(\beta_{io}(X_0)) - Rvnuc \cdot Sen\beta_{io}(XH) \quad (31)$$

$Rv(X_0)$ es la resistencia viscosa de la sección anular. Esta se puede calcular utilizando el procedimiento de Minsaas (Véase capítulo 3.11.2 de ref. [11]).

$Rvnuc$ es la resistencia viscosa del núcleo:

$$Rvnuc = 0,25\rho CD(XH) \cdot [V^*(XH)]^2 \cdot LH\pi DXH$$

$CD(XH)$ es el coeficiente adimensional de resistencia viscosa del núcleo.

A continuación se han de integrar radialmente las expresiones (31) para conocer el empuje que ejercería la hélice.

$$T_{cal} = \int_{XH \frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} TCI_{util}(X_0) \delta \left[X_0 \frac{D}{2} \right] \quad (32)$$

Se ha de comparar T_{cal} con TTA .

$$|T_{cal} - TTA| \leq 0,001 TTA \quad (33)$$

Si se verifica la desigualdad precedente, la distribución $Ci(X_0)$ es apropiada para las condiciones de ajuste de la hélice y se pasa a la etapa siguiente del proceso de cálculo.

En caso contrario se ha de corregir la distribución de partida de la circulación $Ci(X_0)$ obteniendo una aproximación de mayor calidad de la misma.

$$Ci_N(X_0) = Ci(X_0) \left(1 + \frac{(TTA - T_{cal})}{TTA} \right) \quad (34)$$

Con esta nueva distribución de circulación se calcularían las nuevas velocidades inducidas y los polígonos de velocidades correspondientes a las estaciones de control (X_0).

Haciendo las iteraciones necesarias se conseguiría que se verificase (33) y habría finalizado esta etapa del cálculo.

A continuación se calcularían los valores de los pares elementales absorbidos por cada sección anular proyectando las solicitaciones sobre las tangentes a los radios de los cilindros de las estaciones de control y tomando momentos con respecto a la línea de ejes.

$$M(X_0) = \left[\frac{TCI(X_0)}{\cos \beta_{io}(X_0)} \cdot \text{sen} \beta_{io}(X_0) + ZRv(X_0) \cos \beta_{io}(X_0) \right] X_0 \frac{D}{2} \quad (35)$$

Integrando las expresiones (35) se obtiene:

$$M = \int_{XH \frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} M(X_0) \delta(X_0 \frac{D}{2}) \quad (36)$$

Por otra parte, al valor de M, es preciso sumarle el momento debido a las fuerzas de viscosidad que actúan sobre el núcleo.

$$Rvnuc \cdot \cos \beta_{io}(XH) XH \frac{D}{2}$$

$$M_{cal} = M + Rvnuc \cdot \cos \beta_{io}(XH) \frac{D}{2} XH \quad (37)$$

El rendimiento (“*behind*”) de la hélice funcionando con las condiciones de contorno creadas por el buque es:

$$EEQ = \frac{TTA \cdot VVA(1-w)}{2\pi \frac{RPM \cdot RPMA}{6000} \cdot M_{cal}} \quad (38)$$

El valor de EEP_{cal} es igual a:

$$EEP_{cal} = EEQ \cdot \frac{(1-T)}{(1-W)} \cdot ETAM \quad (39)$$

De (38) se deduce el valor calculado del rendimiento de propulsor aislado EEO :

$$EEO_{cal} = \frac{EEQ}{EER} \quad (40)$$

A continuación se ha de calcular la desviación existente entre el valor supuesto de EEP y el valor calculado de EEP que se deduce de la igualdad (39).

Se ha de establecer un criterio de convergencia mediante la siguiente expresión:

$$|EEP - EEP_{cal}| \leq 0,0001 \quad (41)$$

Si se verifica (41) el proceso de diseño hidrodinámico ha convergido, y por lo tanto se puede proseguir con las etapas de comprobación del margen de aparición de la cavitación tipo burbuja en las secciones anulares de control, de la resistencia mecánica y en caso de que los resultados sean satisfactorios se puede proceder a calcular las correcciones tridimensionales y a definir la geometría tridimensional de la hélice.

Si no se verifica (41) es preciso iniciar nuevamente el proceso iterativo adoptando como nuevo valor de partida de EEP el siguiente:

$$EEP = \frac{EEP + EEP_{cal}}{2} \quad (42)$$

Se ha comprobado que utilizando (42) la convergencia es mejor que utilizando la siguiente igualdad:

$$EEP = EEP_{cal} \quad (43)$$

A continuación se obtendrían unos nuevos valores de BHP utilizando (28), se obtendría un nuevo valor de VVA y un nuevo valor de TTA y se proseguiría con la secuencia de cálculos ya descrita.

6 RESULTADOS OBTENIDOS UTILIZANDO EL PROCEDIMIENTO DE GOLDSTEIN DEBIDAMENTE CORREGIDO

Para poder juzgar la posible validez de los desarrollos teóricos precedentes resulta imprescindible llevar a la práctica los mismos.

En el capítulo anterior se ha descrito el proceso de cálculos que se ha programado para llevar a la práctica las ideas que se han expuesto.

En el presente capítulo se presentan los resultados obtenidos con las dos variantes del método de Goldstein que se han analizado y con la Nueva Teoría de la Impulsión.

Como ejemplo de aplicación se ha elegido un buque de dos líneas de ejes del que se poseían resultados experimentales.

6.1 Características del buque objeto de estudio

- Eslora entre perpendiculares	157 m.
- Manga	26,2 m.
- Calados a proa y a popa	6,20 m.
- Potencia de placa (<i>MCR</i>) de la instalación propulsora	39348 BHP
- Número de líneas de ejes	2
- Potencia de diseño en porcentaje de la <i>MCR</i>	85%
- Revoluciones nominales para la <i>MCR</i>	183,7 r.p.m.
- Revoluciones de diseño en porcentaje de las revoluciones nominales	100%
- Diámetro de las hélices	4,602 m.
- Paso en la estación 0,7 de las hélices	4,784 m.
- Relación <i>AE/AO</i> de las hélices	0,588
- Número de palas	4
- Altura de las líneas de ejes sobre el plano base	2,8 m.

De la extrapolación de los resultados experimentales se ha obtenido la siguiente información:

- Coeficiente efectivo de estela o identidad de empuje	0,120
- Coeficiente de succión	0,164
- Rendimiento rotativo relativo	1,012
- Rendimiento mecánico de las líneas de ejes a plena escala	0,95

Los valores de la potencia de remolque a plena escala son los siguientes:

<i>V</i>	<i>EHP (CV)</i>
21,0	13.299
21,5	14.709
22,0	16.489
22,5	18.195
23,0	19.994
23,5	21.561
24,0	23.727

6.2 Anteproyecto de una hélice convencional de las mismas características que las hélices ensayadas

En primer lugar se ha hecho una estimación de la curva V - BHP esperable del comportamiento a plena escala del buque con las hélices convencionales.

Las estimaciones de los BHP se han realizado utilizando la Nueva Teoría de la Impulsión de SISTEMAR en asociación con la teoría del perfil equivalente de Lerbs (ver ref. [9] y ref. [11]) y las expresiones polinómicas de los coeficientes K_T y K_Q de la serie B de MARIN (Canal de Wageningen).

Los resultados obtenidos son los siguientes:

	Nueva Teoría de la Impulsión	MARIN
η_0	0,670	0,638
J	0,744	0,743
K_Q	0,0310	0,0310
K_T	0,176	0,167
$H_{7 \text{ NACA } 0,8\text{m}}$	4,860	-----
$H_{7 \text{ NACA } 65}$	4,785	4,702

Se recuerda que los perfiles Walchner utilizados por MARIN tienen una línea media parabólica que prácticamente coincide con la NACA 65.

Se desea destacar la gran coincidencia existente entre el paso calculado en la estación 0,7 (4,860 m.) y el correspondiente de las hélices ensayadas (4,784 m.)

Al realizar el prediseño de la hélice se ha supuesto que ésta sea de alto rendimiento y se han utilizado las potencias y revoluciones de diseño indicadas con anterioridad.

Los valores de BHP predichos con los procedimientos utilizados son:

V	BHP_{NTI}	BHP_{MARIN}
21,0	21.718	22.828
21,5	24.020	25.248
22,0	26.927	28.303
22,5	29.713	31.232
23,0	32.651	34.320
23,5	35.210	37.010
24,0	38.747	40.728
24,5	41.861	44.0001

La velocidad esperada para el buque al 85% de su MCR es según la Nueva Teoría de la Impulsión 23,168 nudos, y según MARIN 22,85 nudos.

6.3 Resultados de los cálculos realizados

6.3.1 Datos de entrada para la realización de los diseños utilizando diferentes procedimientos

En la tabla 1 se incluyen los valores de las abscisas adimensionales de las estaciones de control X_0 , la distribución radial de la circulación $Ci(X_0)$, la distribución radial de las cuerdas $Cr(X_0)$, la distribución radial de los espesores máximos de las secciones anulares $TH(X_0)$, y los complementos a la unidad de los coeficientes afectivos de estela $ET(X_0)$.

La distribución radial de la circulación se ha generado utilizando las ramas de dos parábolas verticales cuyas ordenadas máximas se presentan en la estación de control 0,85 y que pasan respectivamente por el núcleo y por el extremo de la pala.

Se ha situado la ordenada máxima relativamente próxima al extremo de la pala para obtener un rendimiento elevado.

6.3.2 Resultados de los cálculos realizados utilizando torbellinos helicoidales de intensidad $\frac{\partial \Gamma}{\partial r} \cdot \delta r$

Esta modelización de la teoría de las líneas sustentadoras es la que está inspirada en la modelización utilizada por Lerbs en su teoría de los factores de inducción.

En lo sucesivo será denominada alternativa A.

La tabla 2 contiene los resultados de los cálculos.

Para que sirvan de referencia se incluyen las abscisas adimensionales de las estaciones de control X_0 , las componentes axiales de las velocidades inducidas en el disco de la hélice $W_x(X_0)$, las componentes tangenciales de las velocidades inducidas en el disco de la hélice $W_\theta(X_0)$, los valores de los módulos de la velocidad relativa del agua con respecto a la sección anular $V^*(X_0)$, los ángulos hidrodinámicos de paso $\beta_{io}(X_0)$, los rendimientos de propulsor aislado $ETAO/ERR(X_0)$, los empujes, por unidad de longitud radial, resultantes $TCI(X_0)$, la distribución radial de circulación resultante $Ci(X_0)$, los valores de las resistencias viscosas de las secciones anulares de una pala $Rv(X_0)$ y los valores de los coeficientes de sustentación $CL(X_0)$.

Finalmente al final de dicha tabla se incluyen los valores de las flechas, pasos geométricos H y los coeficientes KC y WWA calculados con auxilia de la Nueva Teoría de Cascadas.

El rendimiento de propulsor aislado de la hélice es 0,703.

Obsérvese que el valor del rendimiento es inferior al rendimiento local en la estación 0,7 (perfil equivalente) debido a las pérdidas de viscosidad producidas en el núcleo de la hélice. Esta circunstancia se presenta en las distintas modelizaciones del comportamiento de la hélice que se han realizado.

La velocidad predicha para el buque correspondiente a la potencia de diseño es 23,477 nudos.

El paso geométrico en la estación 0,7 es 4,671m.

6.3.3 Resultados de los cálculos realizados utilizando torbellinos helicoidales de intensidad $C_i(X_0)$

Esta modelización de la teoría de las líneas sustentadores es la que está inspirada en la modelización utilizada por Goldstein.

En lo sucesivo será denominada alternativa B.

La tabla 3 contiene los resultados de los cálculos realizados siguiendo este procedimiento.

El contenido de la misma es análogo al ya descrito de la tabla 2.

El rendimiento de propulsor aislado es 0,688.

La velocidad predicha para el buque correspondiente a la potencia de diseño es 23,328 nudos.

El paso geométrico en la estación 0,7 es 4,786 m.

6.3.4 Resultados de los cálculos realizados utilizando la Nueva Teoría de la Impulsión

Estos cálculos se han realizado con la finalidad de comprobar la calidad de las versiones A y B de la teoría de las líneas sustentadoras de Goldstein debidamente corregida.

La tabla 4 contiene los resultados de estos cálculos y su contenido es análogo al ya descrito de las tablas 2 y 3.

El rendimiento de propulsor aislado es 0,669.

La velocidad predicha para el buque correspondiente a la potencia de diseño es 23,137 nudos.

El paso geométrico de la hélice en la estación 0,7 es 4,799 m.

6.3.5 Análisis de los resultados de los cálculos que se han realizado

De los tres diseños que se han realizado se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1. El rendimiento de propulsor aislado obtenido utilizando la Nueva Teoría de la Impulsión es sumamente próximo al valor esperado (0,669) utilizando esta teoría en asociación a la teoría de Lerbs del perfil equivalente (0,670). Asimismo el paso geométrico obtenido para la estación 0,7 (4,799 m) es también muy próximo al valor esperado (4,784 m). Se diferencian en un 0,3%.
2. Los cálculos realizados utilizando la alternativa B (emplea lazos de tubos de torbellinos completos similares a los utilizados por Goldstein) son muy próximos a los obtenidos en la Nueva Teoría de la Impulsión.

El rendimiento de propulsor aislado (0,688) discrepa del valor obtenido con la Nueva Teoría de la Impulsión (0,669) en un 2,8%.

Las diferencias entre los valores respectivos de los rendimientos de propulsor aislado se deben a los distintos ángulos β_{io} obtenidos con ambos procedimientos.

La diferencia entre el paso geométrico obtenido en este caso (4,786 m) y el obtenido utilizando la Nueva Teoría de la Impulsión (4,799 m) es de un 0,2%.

3. Los cálculos realizados utilizando la alternativa A (emplea una modelización de los torbellinos helicoidales análoga a la de Lerbs) son también próximos a los obtenidos con la Nueva Teoría de la Impulsión pero resultan más optimistas (el valor del rendimiento del propulsor aislado es 0,703) que los cálculos de la versión B y además conducen a unos pasos geométricos inferiores (el paso geométrico obtenido en la estación 0,7 es 4,620 m).
4. Se ha puesto de manifiesto que la hipótesis tradicional utilizada en la teoría de las líneas sustentadoras de que es posible modelizar la acción de las Z palas de una hélice mediante un número infinito de líneas sustentadoras es totalmente correcta.
5. Ha quedado de manifiesto que la hipótesis de que la velocidad inducida en un punto Q del disco de la hélice únicamente depende de los lazos de torbellinos helicoidales asociados a los elementos anulares de pala situados en el mismo cilindro que el punto Q es correcta y admisible.
6. La utilización de torbellinos libres de intensidades $\frac{\partial \Gamma}{\partial r} \cdot \delta r$ (alternativa A) conduce a resultados menos aproximados a la realidad que los correspondientes de la alternativa B y presenta problemas de modelización en los extremos de la distribución radial de la circulación.
7. La incorporación de la influencia de la contracción radial de la vena líquida en los cálculos de las velocidades inducidas ha permitido recuperar definitivamente la teoría de las líneas sustentadoras, en su versión de infinitas líneas sustentadoras, transformándola en extraordinariamente precisa y en una alternativa válida a la Nueva Teoría de la Impulsión.

Esta circunstancia ha movido a los autores a denominar al método de cálculo que se ha desarrollado “Teoría Renovada de las Líneas Sustentadoras”.

8. Merece ser destacado el hecho de que la aproximación de los pasos geométricos a los reales se debe en gran medida a la utilización de la nueva Teoría de Cascadas [ref. 11], que proporciona las correcciones tridimensionales que es preciso introducir en los resultados de los cálculos de las velocidades inducidas, efectuados utilizando modelizaciones tan diferentes como la Teoría Renovada de las Líneas Sustentadoras y la Nueva Teoría de la Impulsión.

6.4 Estudio de la sensibilidad de las alternativas A y B al tipo de ley de distribución radial de la circulación.

Para completar el análisis de los desarrollos que se han presentado, se han realizado un conjunto de cálculos adicionales, utilizando tres tipos diferentes de distribución radial de las circulaciones.

Las variaciones han consistido en situar sucesivamente la abscisa radial (X_M) correspondiente a la ordenada máxima de la distribución en las estaciones adimensionales 0,55, 0,65 y 0,92.

En las tablas 5.1, 5.2, 5.3 y 5.4, se presenta un resumen abreviado de los resultados de los cálculos realizados.

Del contenido de las citadas tablas se deduce lo siguiente:

1. Los rendimientos de propulsor aislado varían con la situación radial del valor máximo de la circulación de la siguiente manera:

<i>Rendimiento de propulsor aislado</i>	X_M	0,5	0,65	0,85	0,92
	Alter. A	0,709	0,717	0,703	0,695
	Alter. B	0,678	0,683	0,688	0,689
	N.T.Imp	0,659	0,665	0,669	0,667

A medida que X_M crece los rendimientos aumentan, con las siguientes matizaciones:

En los casos de la Nueva Teoría de la Impulsión y de la alternativa A, el valor del rendimiento decrece a partir de un cierto valor X_M a medida que X_M se aproxima al extremo de la pala

En el caso de la alternativa B, el rendimiento se mantiene prácticamente constante.

Los valores del rendimiento de la alternativa A tienen un marcado carácter optimista.

Las diferencias entre los valores de los rendimientos de la alternativa B y la Nueva Teoría de la Impulsión se mantienen prácticamente .

2. Los valores del ángulo hidrodinámico de paso β_{io} de la alternativa B y de la Nueva Teoría de la Impulsión son muy próximos.
3. Las componentes tangenciales de las velocidades inducidas de la alternativa B resultan inferiores a los valores correspondientes de la Nueva Teoría de la Impulsión, en cambio sucede lo contrario con los valores de las componentes axiales. Esto explica que se cumpla 2.
4. Los valores de los pasos geométricos obtenidos con la alternativa B y con la Nueva Teoría de la Impulsión resultan muy próximos entre sí.

5. Los valores de los pasos geométricos obtenidos con la alternativa A discrepan de los obtenidos con la alternativa B y con la Nueva Teoría de la Impulsión y se caracterizan por ser inferiores a ambos, especialmente en las proximidades de la estación 0,7.

La baja calidad de los resultados que se han obtenido con la alternativa A se debe, en parte, a que no resulta factible compensar, substrayendo sus intensidades, los tubos de torbellinos libres que se enroscan en un mismo cilindro, debido a que sus ángulos de paso hidrodinámico no son exactamente iguales.

6. De las conclusiones precedentes se deduce que la alternativa B, que se ha convenido en denominarla “Teoría Renovada de las Líneas Sustentadoras”, tiene una precisión adecuada para su utilización en el diseño de hélices.

7 CONCLUSIONES FINALES

De la investigación que se ha realizado se han obtenido las siguientes conclusiones.

1. Tal y como se esperaba resulta perfectamente factible modelizar las palas de la hélice mediante un conjunto infinito de líneas sustentadoras.
2. El motivo por el que los pasos obtenidos inicialmente mediante esta modelización eran inferiores a los realmente necesarios es que en los cálculos de las velocidades inducidas no se tuvo en cuenta la contracción radial de la vena líquida que pasa a través del disco de la hélice y, por tanto, no se cumplía la condición de continuidad.
3. La hipótesis inicial, de que la velocidad inducida en un punto del disco de la hélice únicamente depende de los lazos de los tubos de torbellinos que pertenecen a la modelización de los elementos anulares de las palas situadas en el cilindro al que pertenece el punto cuya velocidad se desea calcular, es totalmente correcta.

La introducción alternativa de tubos de torbellinos libres de intensidades $\frac{\partial \Gamma}{\partial r} \cdot \delta r$ no mejora la calidad de la modelización y además proporciona valores del rendimiento de propulsor aislado marcadamente optimistas y complica notoriamente los cálculos.

4. La Teoría Renovada de las Líneas Sustentadoras, que se ha desarrollado, reemplaza ventajosamente a la teoría de Lerbs de los factores de inducción cuyos inconvenientes se pusieron de relieve en el apartado 3.5.12 de [ref.11].
5. A diferencia de lo que sucede con la teoría de Lerbs la Teoría Renovada de las Líneas Sustentadoras no tiene limitaciones en su campo de aplicación ya que resulta perfectamente válida para hélices cuya carga no es moderada.
6. Se ha demostrado que la calidad del nuevo procedimiento para efectuar el proyecto de hélices que se ha desarrollado es comparable a la correspondiente de la Nueva Teoría de la Impulsión.

8 TABLAS DE RESULTADOS

TABLA 1

Abcisas adimensionales	Distribución inicial de circulación	Cuerdas	Espesores	Estelas Efectivas
	m ² /s	m	m	
0,308	0,0000	0,8040	0,2230	0,7272
0,350	0,8939	1,0062	0,2006	0,7305
0,400	1,8640	1,2207	0,1754	0,7406
0,450	2,7321	1,4065	0,1518	0,7563
0,500	3,4970	1,5630	0,1298	0,7764
0,550	4,1618	1,6924	0,1026	0,7999
0,600	4,7235	1,7925	0,0887	0,8257
0,650	5,1830	1,8640	0,0755	0,8527
0,700	5,5405	1,9068	0,0629	0,8800
0,750	5,7950	1,9210	0,0508	0,9066
0,800	5,9489	1,8823	0,0395	0,9313
0,850	6,0000	1,7608	0,0287	0,9533
0,900	5,6805	1,5369	0,0185	0,9715
0,950	3,7278	1,1527	0,0090	0,9852
1,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,9932

TABLA 2

X_0	$W_x(X_0)$	$W_\theta(X_0)$	$V^*(X_0)$	$\beta_{10}(X_0)$	ETA0/ERR	TCI(X_0)	Ci(X_0)	Rv(X_0)	CL(X_0)	f_M	H	KC	WWA
	m/s	m/s	m/s	grados		Kp/m	m/s	Kp		mm	m		
0.308	0.0000	0.0000	16.2171	32.788	-0.40999	0.0	0.0000	118.71	0.0000	0.00	2.868	1.000	0.0000
0.350	0.3062	0.0910	17.9033	30.654	0.79720	5636.5	0.9129	136.24	0.1014	6.01	3.074	0.974	0.0065
0.400	0.6386	0.2170	19.9420	27.238	0.82339	13041.8	1.9038	173.58	0.1564	11.81	3.301	1.023	0.0107
0.450	0.9361	0.3578	22.0008	26.061	0.81064	21231.5	2.7903	220.02	0.1803	16.13	3.521	1.052	0.0127
0.500	1.1980	0.5080	24.0700	25.626	0.77041	30098.4	3.5720	385.71	0.1898	19.17	3.734	1.068	0.0136
0.550	1.5598	0.9556	25.9416	25.006	0.74022	39455.7	4.2505	459.40	0.1936	21.15	4.036	1.068	0.0139
0.600	1.8122	1.2952	27.8764	24.305	0.72101	49069.5	4.8241	545.43	0.1931	22.29	4.284	1.065	0.0138
0.650	1.9969	1.5486	29.8707	23.557	0.70900	58677.2	5.2935	626.52	0.1901	22.70	4.494	1.059	0.0135
0.700	2.1273	1.7308	31.9138	22.775	0.70192	67997.9	5.6585	730.34	0.1860	22.53	4.671	1.051	0.0131
0.750	2.2110	1.8530	33.9950	21.959	0.69826	76738.3	5.9190	823.94	0.1812	21.88	4.816	1.039	0.0126
0.800	2.2543	1.9254	36.1054	21.055	0.69774	84596.5	6.0757	904.35	0.1788	20.74	4.933	1.019	0.0121
0.850	2.2265	1.9362	38.2418	19.716	0.70275	91264.8	6.1279	951.19	0.1820	19.06	5.011	0.983	0.0118
0.900	1.9191	1.7447	40.4655	17.237	0.72325	92283.8	5.8015	943.33	0.1866	16.12	4.949	0.930	0.0113
0.950	0.8086	1.0978	42.8793	14.879	0.76761	65157.1	3.8073	827.08	0.1541	9.02	4.485	0.840	0.0083
1.000	-0.0330	0.6270	45.2460	14.246	0.00000	0.0	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.000	0.000	0.0000

TABLA 3

X_0	$W_x(X_0)$	$W_\theta(X_0)$	$V^*(X_0)$	$\beta_{10}(X_0)$	ETA0/ERR	TCI(X_0)	Ci(X_0)	Rv(X_0)	CL(X_0)	f_M	H	KC	WWA
	m/s	m/s	m/s	grados		Kp/m	m/s	Kp		mm	m		
0.308	0.3162	0.5151	15.9330	32.622	0.00000	0.0	0.0000	114.82	0.0000	0.00	2.850	1.000	0.0000
0.350	0.8098	1.4324	17.0113	34.257	0.70112	5696.1	0.9231	123.77	0.1079	6.12	3.530	0.933	0.0066
0.400	1.1338	2.0129	18.6195	32.561	0.71110	13174.9	1.9246	152.65	0.1694	12.21	3.843	0.977	0.0109
0.450	1.4065	2.3362	20.4702	30.801	0.70328	21444.8	2.8213	192.27	0.1960	16.78	4.072	1.007	0.0131
0.500	1.6350	2.5150	22.4660	29.176	0.69794	30399.6	3.6120	239.60	0.2056	19.96	4.258	1.027	0.0141
0.550	1.8204	2.6036	24.5582	27.709	0.67900	39851.3	4.2977	411.50	0.2068	21.99	4.417	1.039	0.0144
0.600	1.9638	2.6259	26.7156	26.384	0.67924	49564.2	4.8777	500.77	0.2037	23.08	4.557	1.045	0.0143
0.650	2.0698	2.5987	28.9202	25.175	0.68125	59237.1	5.3523	596.52	0.1986	23.42	4.679	1.046	0.0139
0.700	2.1420	2.5327	31.1589	24.057	0.68448	68693.9	5.7214	696.10	0.1926	23.16	4.786	1.043	0.0135
0.750	2.1830	2.4350	33.4210	23.007	0.68840	77530.1	5.9850	796.28	0.1864	22.42	4.876	1.035	0.0129
0.800	2.1965	2.3128	35.6978	21.999	0.69363	85476.4	6.1432	884.02	0.1828	21.19	4.949	1.018	0.0124
0.850	2.1331	2.1231	38.0077	20.922	0.70407	92221.3	6.1960	939.58	0.1852	19.44	4.983	0.986	0.0121
0.900	1.6802	1.6248	40.4741	19.241	0.73712	93260.4	5.8660	943.73	0.1886	16.46	4.831	0.939	0.0116
0.950	0.3044	0.6327	43.1572	16.319	0.80307	5861.1	3.8496	837.80	0.1548	9.30	4.248	0.862	0.0086
1.000	-0.6810	0.0000	45.6680	14.244	0.00000	0.0	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.000	0.000	0.0000

TABLE 4

X_0	$W_x(X_0)$	$W_\theta(X_0)$	$V^*(X_0)$	$\beta_{10}(X_0)$	ETA0/ERR	TCI(X_0)	Ci(X_0)	Rv(X_0)	CL(X_0)	f_M	H	KC	WWA
	m/s	m/s	m/s	grados		Kp/m	m/s	Kp		mm	m		
0.308	0.0000	0.0000	16.1485	32.408	-0.39818	0.0	0.0000	117.77	0.0000	0.00	2.827	1.000	0.0000
0.350	0.5658	0.7088	17.4443	32.061	0.74667	5541.2	0.8967	129.75	0.1022	5.95	3.246	0.958	0.0064
0.400	1.0735	1.2935	19.1606	31.067	0.74235	12829.7	1.8701	161.07	0.1599	11.73	3.623	0.994	0.0105
0.450	1.4677	1.6853	21.0252	29.862	0.72061	20892.1	2.7412	202.13	0.1854	16.05	3.916	1.018	0.0126
0.500	1.7790	1.9420	23.0010	28.624	0.68620	29619.8	3.5090	352.05	0.1951	19.07	4.154	1.034	0.0135
0.550	2.0238	2.1005	25.0610	27.426	0.67822	38826.8	4.1756	428.63	0.1969	21.01	4.355	1.043	0.0138
0.600	2.2121	2.1853	27.1840	26.287	0.67360	48282.4	4.7391	518.58	0.1945	22.07	4.526	1.047	0.0136
0.650	2.3514	2.2134	29.3530	25.204	0.67209	57728.3	5.2000	614.57	0.1901	22.41	4.674	1.046	0.0133
0.700	2.4475	2.1970	31.5540	24.172	0.67278	66888.3	5.5585	713.95	0.1848	22.18	4.799	1.041	0.0129
0.750	2.5050	2.1440	33.7790	23.177	0.67493	75474.4	5.8140	813.49	0.1791	21.49	4.903	1.033	0.0124
0.800	2.5282	2.0640	36.0180	22.205	0.67870	83190.5	5.9681	900.00	0.1761	20.33	4.987	1.015	0.0119
0.850	2.5198	1.9592	38.2660	21.244	0.68496	89734.6	6.0192	952.39	0.1787	18.64	5.052	0.980	0.0116
0.900	2.3908	1.7518	40.5610	20.121	0.69692	90719.3	5.6984	947.81	0.1828	15.65	5.046	0.921	0.0110
0.950	1.6656	1.0890	43.0953	18.103	0.71991	64026.1	3.7394	835.41	0.1506	8.60	4.706	0.820	0.0079
1.000	0.0000	0.0000	45.8150	14.952	0.00000	0.0	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.000	0.000	0.0000

Tabla 5.1 (Xm=0.55)

Propiedades		Alternativa A	Alternativa B	Nueva Teoría de la Impulsión
η_o		0,709	0,659	0,678
$\beta_{10}(0.5)$	grados	30,370	33,120	32,980
$\beta_{10}(0.7)$	grados	23,950	24,680	24,150
$\beta_{10}(0.9)$	grados	17,680	18,200	17,590
$W_x(0.5)$	m/s	2,429	2,828	2,106
$W_x(0.7)$	m/s	2,222	2,677	2,144
$W_x(0.9)$	m/s	0,721	1,305	0,780
$W_\theta(0.5)$	m/s	1,953	3,690	4,585
$W_\theta(0.7)$	m/s	2,004	2,461	2,742
$W_\theta(0.9)$	m/s	0,685	0,859	0,760
$H(0.5)$	m	4,639	5,160	5,170
$H(0.7)$	m	4,787	4,941	4,844
$H(0.9)$	m	4,287	4,416	4,270
$f_M(0.5)$	mm	34,970	35,920	38,910
$f_M(0.7)$	mm	25,270	24,780	26,470
$f_M(0.9)$	mm	8,220	7,920	8,460
$Ci(0.5)$		6,681	6,670	6,853
$Ci(0.7)$		6,342	6,226	6,504
$Ci(0.9)$		2,869	2,794	2,942

Tabla 5.2 (Xm=0.65)

Propiedades		Alternativa A	Alternativa B	Nueva Teoría de la Impulsión
η_o		0,717	0,683	0,665
$\beta_{10}(0.5)$	grados	28,200	31,610	31,270
$\beta_{10}(0.7)$	grados	24,070	24,470	24,950
$\beta_{10}(0.9)$	grados	17,940	17,880	18,620
$W_x(0.5)$	m/s	1,845	2,007	2,425
$W_x(0.7)$	m/s	2,286	2,255	2,761
$W_x(0.9)$	m/s	0,857	0,927	1,529
$W_\theta(0.5)$	m/s	1,126	3,765	2,945
$W_\theta(0.7)$	m/s	1,976	2,876	2,568
$W_\theta(0.9)$	m/s	0,804	0,907	1,030
$H(0.5)$	m	4,186	4,811	4,727
$H(0.7)$	m	4,826	4,924	5,012
$H(0.9)$	m	4,381	4,368	4,547
$f_M(0.5)$	mm	28,460	30,630	28,720
$f_M(0.7)$	mm	26,310	27,690	22,810
$f_M(0.9)$	mm	9,800	9,980	9,420
$Ci(0.5)$		5,397	5,475	5,323
$Ci(0.7)$		6,628	6,723	6,498
$Ci(0.9)$		3,437	3,486	3,351

Propiedades		Alternativa A	Alternativa B	Nueva Teoría de la Impulsión
η_o		0,703	0,688	0,669
$\beta_{io}(0.5)$	grados	26,060	29,180	28,620
$\beta_{io}(0.7)$	grados	23,560	24,060	24,170
$\beta_{io}(0.9)$	grados	19,720	19,240	20,120
$W_x(0.5)$	m/s	1,198	1,635	1,779
$W_x(0.7)$	m/s	2,127	2,142	2,447
$W_x(0.9)$	m/s	1,919	1,680	2,391
$W_\theta(0.5)$	m/s	0,508	2,515	1,942
$W_\theta(0.7)$	m/s	1,731	2,533	2,197
$W_\theta(0.9)$	m/s	1,745	1,625	1,752
$H(0.5)$	m	3,734	4,258	4,154
$H(0.7)$	m	4,671	4,786	4,799
$H(0.9)$	m	4,949	4,831	5,046
$f_M(0.5)$	mm	19,170	19,960	19,070
$f_M(0.7)$	mm	22,530	23,160	22,180
$f_M(0.9)$	mm	16,120	16,460	15,650
$Ci(0.5)$		3,572	3,612	3,509
$Ci(0.7)$		5,659	5,721	5,558
$Ci(0.9)$		5,802	5,866	5,698

Propiedades		Alternativa A	Alternativa B	Nueva Teoría de la Impulsión
η_o		0,695	0,689	0,667
$\beta_{io}(0.5)$	grados	25,870	28,650	28,050
$\beta_{io}(0.7)$	grados	23,110	23,800	23,830
$\beta_{io}(0.9)$	grados	20,260	19,930	20,260
$W_x(0.5)$	m/s	1,221	1,537	1,631
$W_x(0.7)$	m/s	2,110	2,057	2,315
$W_x(0.9)$	m/s	2,330	2,080	2,472
$W_\theta(0.5)$	m/s	0,344	2,255	1,739
$W_\theta(0.7)$	m/s	1,505	2,365	2,045
$W_\theta(0.9)$	m/s	1,857	1,940	1,825
$H(0.5)$	m	3,680	4,144	4,037
$H(0.7)$	m	4,596	4,711	4,708
$H(0.9)$	m	5,096	5,020	5,094
$f_M(0.5)$	mm	16,860	17,860	17,120
$f_M(0.7)$	mm	20,620	21,570	20,700
$f_M(0.9)$	mm	16,330	16,960	16,200
$Ci(0.5)$		3,153	3,237	3,142
$Ci(0.7)$		5,190	5,328	5,174
$Ci(0.9)$		5,795	6,112	5,937

9 LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
AE/AO	Relación área / disco
BHP	Potencia al freno del motor principal
β_o	Ángulo de paso hidrodinámico
χ	Factores correctores de Goldstein
CD	Coefficiente adimensional de resistencia viscosa
C_i	Circulación (en distribución radial)
C_{i_n}	Circulación neta (en distribución radial)
CL	Coefficiente adimensional de sustentación (en distribución radial)
Cr	Cuerda (en distribución radial)
D	Diámetro de la hélice
dl	Elemento diferencial de arco
EEO	Rendimiento de propulsor aislado
EEP	Rendimiento propulsivo
EEQ	Rendimiento de la hélice con las condiciones de contorno impuestas al estar a popa del casco
EER	Rendimiento rotativo-relativo
EHP	Potencia efectiva o de remolque
ET	Complemento a la unidad del coeficiente efectivo de estela local (en distribución radial)
$ETAM$	Rendimiento mecánico de la línea de ejes
$ETAO$	Rendimiento de propulsor aislado
Γ	Circulación
f_M	Flecha máxima
H	Paso geométrico
H_{07}	Paso geométrico en la estación adimensional 0,7
η_o	Rendimiento de propulsor aislado
J	Grado de avance
KC	Coefficiente corrector de flecha de la Nueva Teoría de Cascadas
K_O	Coefficiente adimensional de par
K_T	Coefficiente adimensional de empuje
L	Sustentación (en distribución radial)
LH	Longitud del núcleo de la hélice
M	Par calculado debido al empuje (en distribución radial)
M_{cal}	Par total calculado (incluyendo par debido a las fuerzas viscosas)
MCR	Potencia nominal del motor principal
n	Índice de las infinitas líneas sustentadoras
NL	Número de líneas de ejes
PPA	Potencia de servicio
θ_o	Versor de posición tangencial en coordenadas polares
r	Variable radio
ρ	Densidad del agua
r_o	Versor de posición radial en coordenadas polares
RPM	Revoluciones nominales de la hélice

$RPMA$	Revoluciones de diseño en porcentaje de RPM
R_v	Resistencia viscosa de la sección anular
R_{vmuc}	Resistencia viscosa del núcleo
s	Posición del elemento diferencial de arco
T	Empuje
t	Coefficiente de succión
T_{cal}	Empuje calculado
TCI	Empuje ideal por unidad de longitud de pala
TH	Espesor máximo de de sección anular de pala (en distribución radial)
TTA	Empuje de proyecto
V	Velocidad del buque
V^*	Velocidad de ataque (en distribución radial)
VVA	Velocidad de proyecto
W	Velocidad inducida
ω	Velocidad angular de la hélice
w	Coefficiente efectivo de estela a identidad de empuje
WWA	Coefficiente corrector de paso geométrico de la Nueva Teoría de Cascadas
XH	Radio adimensional del núcleo de la hélice
X_0	Radio adimensional de una sección anular de control genérica
X_{0c}	Radio adimensional de una estación de control genérica situada en el infinito aguas abajo
XM	Radio adimensional de la sección anular de máxima circulación
Z	Número de palas

10 REFERENCIAS

- [1] Aláez Zazurca, J.A., “Introducción a la Teoría del Funcionamiento de la Hélice”. Sección de Publicaciones de la ETSIN.
- [2] Lanchester, F.W., “Aerodynamics”. Constable & Co., 1907
- [3] Glauert, M.A., “The elements of aerofoil and airscrew theory”. Cambridge at the University Press, 1926.
- [4] Burrill, L.C., “On propellers theory” The Institution of Engineers and Ship - builders in Scotland, February 18th, 1947
- [5] Duncan, W.J., Thom, A.S., and Young, A.D., “Mechanics of Fluids”. Edward Arnold, 1970
- [6] Goldstein, S., “On the Vortex Theory of Screw Propellers”, Proc. Royal Soc. Vol. 123, 1929.
- [7] Tachindji, A.J., Milam, A.B. (1957), “The calculation of the circulation distribution for propellers with finite hub having 3, 4, 5 and 6 blades”, Intern. Shipb. Prog. 4, 467 – 477.
- [8] Lerbs, H.W., “Moderately loaded propellers with finite number of blades and an arbitrary distribution of circulation”. SNAME, 1952
- [9] Pérez Gómez, G., “Nuevo procedimiento para predimensionar las características de un propulsor convencional de rendimiento óptimo”. Ingeniería Naval, Enero 1986 y Lips Symposium, Mayo 1986.
- [10] Pérez Gómez, G., “Teoría del Buque – Especialidad Máquinas”. Publicaciones sucesivas de la ETSIN, posteriores a 1986.
- [11] Pérez Gómez, G. y González-Adalid, J., “Detailed Design of Ship Propellers”. Fondo Editorial de Ingeniería Naval del Colegio Oficial de Ingenieros Navales y Oceánicos. Madrid, 1998.