

*Teoría
Sobre
Motores Cohete
De propelente
Sólido*

*Por Richard Nakka
Traducción Sebastián Garófalo*

Índice

<i>Índice</i>	2
<i>Nota del traductor</i>	3
<i>Introducción</i>	4
<i>Asunciones básicas</i>	6
<i>El "grano" propelente</i>	7
<i>Combustión del propelente</i>	13
<i>Teoría sobre toberas</i>	18
<i>Empuje de un motor cohete y coeficiente de empuje</i>	25
<i>Impulso Total</i>	28
<i>Velocidad Característica</i>	30
<i>Impulso específico</i>	31
<i>Presión de cámara</i>	32
<i>Flujo bifásico</i>	34
<i>Correcciones para motores cohete reales</i>	39
<i>Condiciones de cámara</i>	39
<i>Correcciones de Tobera</i>	40
<i>Correcciones para el Impulso Especifico</i>	41
<i>GUIPEP</i>	42
<i>Introducción</i>	42
<i>Asunciones de Análisis</i>	43
<i>Utilizando GUIPEP</i>	43
<i>Salida del GUIPEP</i>	44
<i>Comparación de Ecuaciones de Rendimiento con GUIPEP</i>	51
<i>Limitaciones de GUIPEP</i>	51

Nota del traductor

El siguiente documento es una traducción de la sección “Teoría” de la página Web de Cohetería Experimental Amateur de Richard Nakka (www.nakka-rocketry.net).

Todo el material aquí presentado es de autoría de Richard Nakka, a no ser que se especifique lo contrario.

Toda la información en este documento es presentada solo con fines informativos. Ni el autor ni el traductor asumen responsabilidad alguna del uso o mal uso que se le pueda dar a la información aquí brindada.

Las siglas abreviadas han sido mantenidas igual que en la versión en inglés. Los gráficos han sido dejados en inglés.

Desde muy pequeño siempre quise crear mis propios cohetes, la falta de información técnica, o mi capacidad de comprender y aplicar la poca información disponible hicieron que mis experiencias no fuesen demasiado fructíferas.

Hasta que un día gracias a Internet, pude encontrar el sitio Web de Richard Nakka, desde ese momento pude dejar de “jugar al científico loco” y tener las firmes bases de la teoría de mi lado.

Fue entonces cuando decidí retomar mis investigaciones, y junto con dos amigos comenzamos la construcción de un motor cohete Clase G de PVC utilizando como propelente KN-Sorbitol.

Mis amigos al no manejar el inglés con la fluidez necesaria como para comprender bien los conocimientos aquí expuestos, abandonaron el intento rápidamente, y fue entonces cuando decidí hacer esta traducción.

Sinceramente espero que esta traducción sirva para ayudar a muchos hispano hablantes a lo largo del mundo, y que puedan disfrutar y aplicar los conocimientos aquí brindados tanto, o más, que yo.

Sebastián Garófalo
kharfax@yahoo.com

Introducción

La meta primaria de las páginas de *Teoría de los motores cohetes con propelente sólido* es presentar las bases teóricas para el funcionamiento de un motor cohete de este tipo.

Se enfatizará en la teoría como se aplica en los motores amateur pequeños (relativamente hablando), que son típicamente de menor rendimiento y eficiencia que sus contrapartes profesionales. En cierta forma, los métodos de los "libros sobre el tema" deben ser modificados para tener estos factores en cuenta.

La meta secundaria es presentar las herramientas necesarias que pueden ser usadas en el diseño de motores cohete amateur.

Intentare seguir un orden lógico en esta presentación, con un tema derivando en otro tema. Comenzando con las **asunciones básicas** que deben hacerse para "simplificar" la altamente compleja naturaleza del funcionamiento de un motor cohete. Entonces se discutirá el **propelente** principalmente en ciertos aspectos que tienen aplicación directa con la teoría de los motores cohete. Por ejemplo, se considera que los propelentes consisten de un combustible y un oxidante sin importar las formulaciones específicas. La forma en que se le da forma al propelente tiene una influencia importante y directa en el rendimiento del motor.

Como la operación fundamental de un motor cohete requiere que el propelente sea quemado, el tema siguiente trata sobre el proceso de **combustión**. En otras palabras, la conversión del propelente en gases a alta temperatura y partículas condensadas (humo). Esta combustión debe ocurrir de tal manera que permita obtener los requerimientos operativos necesarios - un cierto perfil de empuje sobre un cierto tiempo de combustión, mientras se opera dentro de ciertos límites físicos como la temperatura y la presión de la cámara de combustión. De este modo, la velocidad de quemado, la temperatura de la combustión y los productos de esta juegan un rol crucial estableciendo el rendimiento del motor cohete.

Sin temor a equivocarme, el componente más crítico de un motor cohete es la tobera. ¿Qué hace exactamente la tobera? ¿Y como? ¿Cuál es el significado del perfil convergente y divergente? Estas preguntas serán contestadas en la sección sobre **Teoría de toberas**.

La expulsión de los productos de escape a través de la tobera a alta velocidad produce el empuje, el "poder" de un motor cohete. El empuje puede ser medido a través de métodos simples, pero, ¿Cómo se predice que empuje teórico tendrá un motor? Las secciones siguientes discutirán la manera de calcular el empuje, así como el **Impulso Total** y el **Impulso Específico**. Los últimos dos parámetros son la clave para medir el "poder propulsivo" de un cohete, y la importancia de un propelente específico.

Cualquiera que tenga idea sobre motores cohete sabrá que operan bajo una alta **presión**. Esta es la presión de cámara, producida por la combustión del propelente, que fuerza los gases a través de la tobera.

Controlar esta presión es la clave para una operación y diseño de un motor cohete de una manera satisfactoria y segura. ¿Qué parámetros determinan la presión, que pueden ser observados realmente como una "explosión controlada" dentro de la cámara de combustión?

El tema final tratado en la teoría de los motores cohete son las **correcciones** que deben ser consideradas para unir las predicciones teóricas con los verdaderos resultados obtenidos por un motor cohete. Estas correcciones son resultado directo del primer tema que trataremos, que es, las simplificaciones que hacen posible el análisis teórico.

Los últimos dos temas cubiertos tratan sobre ciertas herramientas de software que facilitan el procedimiento más laborioso y difícil en el análisis de la operación de un motor cohete, el proceso de combustión. Este software existe en varias formas, como PROPEP, también llamado GUIPEP, NEWPEP, PEP que son esencialmente el mismo programa, así como el CET. PEP significa Propellant Evaluation Program (Programa de evaluación de propelentes) y CET (Chemical Equilibrium with Transport properties (Equilibrio químico con propiedades de transporte). El significado de los resultados obtenidos con este programa serán explicados. Así también, se describirá brevemente la utilización de estos programas.

Estos programas tienen ciertos fallos que no serían de importancia para los motores cohete profesionales y propelentes utilizados a gran escala, pero pueden tener un cierto impacto en el rendimiento predicho para los propelentes amateur. Este tema es tratado en la sección final de estas páginas de Teoría de motores cohete con propelente sólido.

Asunciones básicas

Los varios procesos químicos y físicos que ocurren en un motor cohete durante su operación son altamente complejos. Estos procesos incluyen las complejas reacciones químicas que ocurren durante la combustión; la forma en que se consume el propelente durante la combustión; el comportamiento del flujo de los gases de escape a medida que se forman en la superficie en combustión, viaja a través de la cámara y sale a través de la tobera; la interacción entre los gases de escape y las partículas condensadas (humo).

El análisis teórico de un motor cohete de propelente sólido necesita ciertas simplificaciones, esto es, asumir un *motor cohete ideal*. Un motor cohete ideal asume lo siguiente:

- La combustión del propelente es completa y no varía de lo asumido por la ecuación de combustión.
- Los productos de la combustión obedecen la *ley de los gases perfectos*.
- No existe fricción que impida el flujo de los productos de escape.
- La combustión y el flujo en el motor y la tobera son *adiabáticos*, esto significa, que no existe una pérdida de calor a los alrededores.
- A no ser que se especifique lo contrario, existen condiciones de *estado constante* durante la operación del motor. Esto significa que las condiciones y procesos que ocurren no cambian con el tiempo (para unas condiciones geométricas dadas) durante la combustión.
- La expansión de los productos de escape ocurre de una forma uniforme sin discontinuidades o choques.
- El flujo a través de la tobera es unidimensional y no rotacional.
- La velocidad, presión y densidad del flujo es uniforme a lo largo de cualquier sección normal al eje de la tobera.
- El equilibrio químico es establecido en la cámara de combustión y no varía en su flujo a través de la tobera. Esto se conoce como condiciones de "equilibrio congelado".
- La combustión del propelente siempre progresa normal (perpendicular) a la superficie en combustión, y ocurre de manera uniforme a lo largo de toda el área superficial expuesta a la combustión.

Cualquier otra asunción que pueda llegar a ser requerida será aclarada cuando sea necesaria en los análisis posteriores.

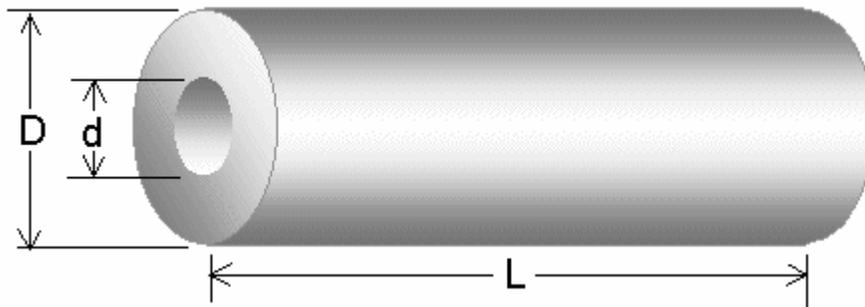
Aunque parezca que deben realizarse una gran cantidad de simplificaciones, son todas razonables y se puede esperar que reflejen la verdadera conducta de un motor cohete con bastante exactitud.

El "grano" propelente

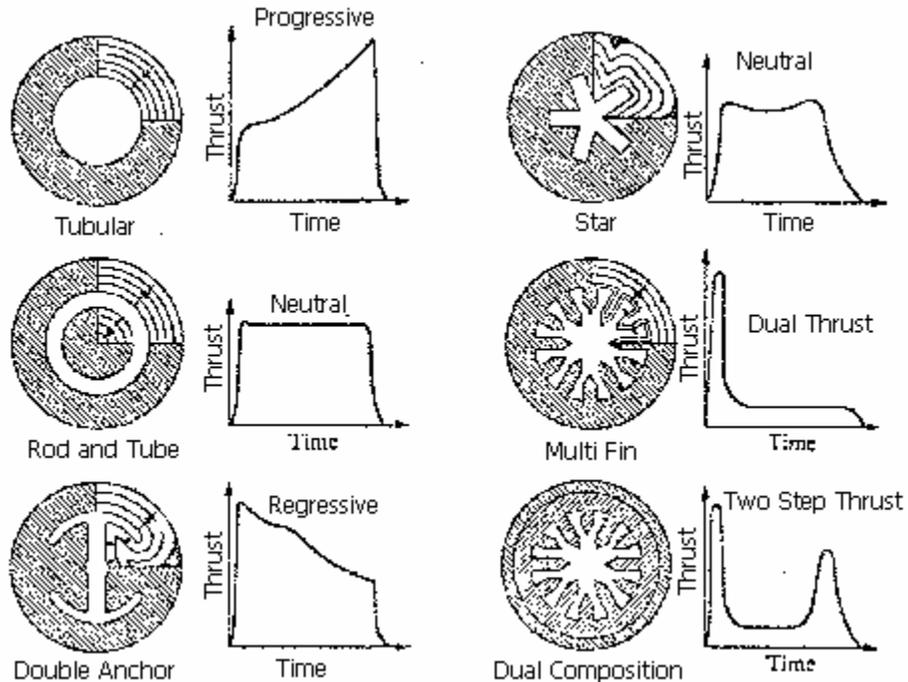
El propelente utilizado en los motores cohete amateur experimentales puede ser una composición simple, siendo la combinación de dos constituyentes principales - combustible y oxidante. Tal es el caso de los propelentes con bases de "azúcar". Los propelentes experimentales *compuestos*, por otro lado, pueden tener una composición un poco más compleja y contener oxidantes de varios tipos, polímeros unificadores, y hasta metales como el aluminio o el magnesio. Agentes de secado, estabilizadores de fase, y solventes pueden ser otros de los aditivos incluidos en pequeños porcentajes.

Para muchos propelentes, los aditivos controlan la velocidad de quemado, acelerando o ralentizando la tasa. Puede ser agregado un opacador para absorber el calor que de otra forma sería transmitido a través del grano traslucido resultando en una combustión impredecible.

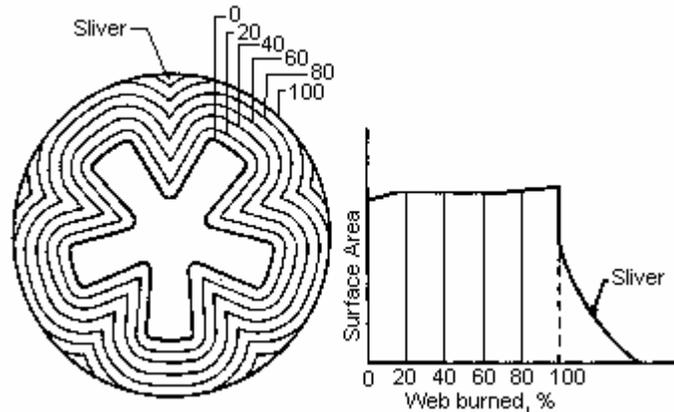
Sin importar su composición, todos los propelentes son procesados en una **forma geométrica** similar, llamada *grano* propelente. Como regla, los granos propelentes son de forma cilíndrica para encajar perfectamente dentro del motor cohete con el fin de maximizar la *eficiencia volumétrica*. El grano puede consistir de un solo segmento cilíndrico (Figura 1), o puede consistir de varios segmentos. Generalmente, un *núcleo* central se extiende a través de todo el grano, para acrecentar el área de superficie del propelente expuesta a la combustión inicialmente.



El núcleo puede tener una amplia variedad de formas como ser circular, estrella, cruz, hueso etc. de cualquier manera, para los motores amateur, la forma más comúnmente usada es la circular. La forma del núcleo tiene una profunda influencia en la forma del perfil empuje-tiempo, como se muestra en la figura 2.



¿Cómo influencia la forma del núcleo en la curva empuje-tiempo? El empuje (y presión de cámara) que el motor genera es proporcional al área en combustión en cualquier instante particular del tiempo. A esto se lo conoce como *Area en combustión instantánea*. La superficie en combustión en cualquier punto sigue la dirección normal (perpendicular) a la superficie en ese punto, siendo el resultado una relación entre la superficie en combustión y la distancia quemada que depende casi exclusivamente de la *forma inicial del grano* y los comportamientos restringidos (inhibidos). Este importante concepto es ilustrado en la figura 3, donde las líneas de contorno representan la forma del núcleo en momentos sucesivos durante la combustión. Se puede notar que la forma de la curva empuje-tiempo cambia, con las líneas verticales correspondientes a los mismos instantes sucesivos durante el paso del tiempo. Como puede verse, el grano estrella provee una combustión casi *neutral*, porque el área de superficie se mantiene prácticamente constante a lo largo de la combustión. Generalmente es deseada una combustión neutral porque provee una mayor eficiencia en la creación del impulso total, al operar más eficientemente la tobera con una presión de cámara constante.



Es importante reconocer que el **área de combustión de un grano propelente es un parámetro clave en determinar el rendimiento de un motor cohete**. La función primaria de un grano propelente es producir los productos de la combustión a una relación de flujo prescrita definida por:

$$M_g = A_b \rho_p r$$

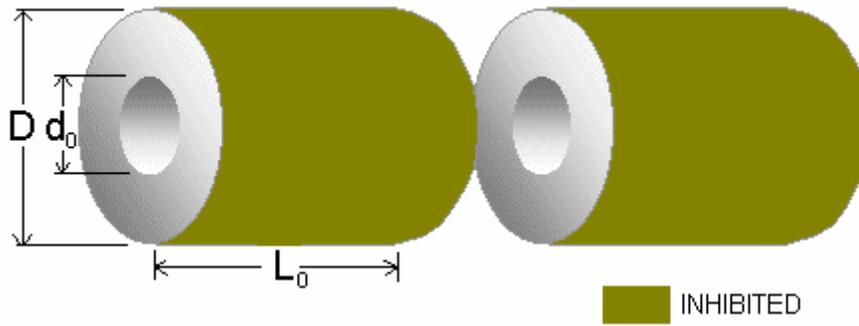
Donde ρ_p es la densidad de la masa del propelente, A_b es el área de combustión, y r es la velocidad de quemado del propelente. Una discusión completa sobre la velocidad de quemado puede encontrarse en el capítulo sobre velocidad de quemado de un Propelente. El área total de combustión consiste de todas las superficies del propelente que están expuestas a la combustión (y que no están inhibidas de alguna manera). El área de combustión del propelente depende de:

- La geometría del grano como se describió mas arriba.
- Uso de inhibidores.

Un inhibidor es un material o recubrimiento que es lo suficientemente resistente al calor como para que cualquier superficie cubierta por el inhibidor no entre en combustión durante la duración de operación del motor. Los inhibidores en los cohetes experimentales amateur típicamente son papel o cartón, o un recubrimiento de poliéster o resina epoxy.

Para el *diseño* de un motor, estaremos interesados en el área de combustión *máxima* porque esta es el área que define la *máxima presión de cámara* que el motor experimentara. La presión máxima de cámara es utilizada para dimensionar las paredes del motor.

Para un grano completamente irrestricto (ej. Motores A-100, B-200, C-400), todas las superficies están expuestas a los gases calientes y por lo tanto la combustión procede de todas las superficies comenzando en la ignición. Para un grano "BATES" (Figura 4), que es un grano con múltiples segmentos, hueco y cilíndrico pegado a las paredes o con la superficie exterior inhibida, la superficie en combustión inicial es el área del núcleo y los extremos del segmento. El motor Kappa utiliza este tipo de configuración de grano, con un total de cuatro segmentos.



La configuración de grano Bates es frecuentemente empleada en los motores amateur, porque este tipo de grano puede ser hecho para tener una combustión casi neutral, con la elección de una relación L_0/D y D/d_0 adecuada. Una discusión más completa sobre el área de combustión y su relación con la geometría del grano, así como su influencia en la presión de cámara, es dada en el capítulo "Carta de diseño de motores cohetes - Presión de cámara".

Una *propiedad física* importante del grano propelente es la **densidad de masa**, que es utilizada en los cálculos de rendimiento. Si un propelente está compuesto de dos constituyentes, un oxidante y un combustible, la *densidad ideal* está dada por

$$\rho_p = \frac{1}{\frac{f_o}{\rho_o} + \frac{f_f}{\rho_f}}$$

Donde el símbolo ρ (rho) designa la densidad, f es la fracción de masa y los subíndices 0 y f se refieren al oxidante y el combustible respectivamente. Si un propelente está compuesto de más de dos constituyentes, entonces la densidad ideal está dada por (donde a , b , c denotan los constituyentes individuales):

$$\rho_p = \frac{1}{\frac{f_a}{\rho_a} + \frac{f_b}{\rho_b} + \frac{f_c}{\rho_c} + \dots}$$

En la tabla 1 se da la densidad de algunos oxidantes y combustibles, así como un ejemplo de los cálculos. La *densidad real* puede ser obtenida pesando precisamente un grano para determinar su masa, y midiendo su volumen, con la densidad expresada como

$$\rho_p = \frac{m_{\text{grano}}}{V_{\text{grano}}} \quad V_{\text{grano}} = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) L$$

Para un grano hueco cilíndrico, donde

- D = Diámetro externo
- d = Diámetro interno (núcleo)
- L = Largo del grano

La densidad real generalmente un porcentaje poco menor que la densidad ideal (típicamente un 94% - 97%), pudiendo haber pequeños vacíos en el grano, y depende de la técnica de fabricación. El mejor método para obtener el volumen es por el principio de Arquímedes, en el cual se debe sumergir el grano en un líquido adecuado y medir el volumen desplazado.

La **Fracción de carga volumétrica** es definida como la fracción del *volumen del grano* con el *Volumen de cámara disponible*, y se relaciona con la eficiencia volumétrica del motor, así como es una medida de la eficiencia de rendimiento:

$$V_1 = \frac{V_p}{V_a} = \frac{I_t}{I_{sp} \cdot \rho_p \cdot V_a}$$

Donde V_p es el volumen del grano, V_a es el volumen de cámara disponible, I_t es el impulso total (entregable), y I_{sp} es el impulso específico del propelente.

La **Fracción de tejido** es la relación del espesor del tejido del propelente con el *radio exterior* del grano, y esta dada por:

$$W_f = \frac{D - d}{D} = \frac{2 \cdot r \cdot t_b}{D}$$

Donde t_b es el tiempo de combustión del motor. Claramente, para maximizar la duración de la combustión, es necesario maximizar la fracción de tejido (ej. El grosor). El "precio" de maximizar el espesor de tejido es la reducción del diámetro del núcleo del grano. Esto debe ser cuidadosamente considerado, como explicaremos.

La relación del área **entrada a garganta** es dada por el área seccionada transversalmente del *canal de flujo* con el área seccionada transversalmente de la garganta de la tobera:

$$\frac{A_p}{A_t} = \frac{\pi \cdot D^2 (1 - V_1)}{4A_t}$$

Donde A_p es el área de flujo (canal) del grano y A_t es el área seccionada transversalmente de la garganta. La velocidad del gas a lo largo del canal de flujo esta influenciada significativamente por la magnitud de la relación de entrada a garganta. La *obstrucción de flujo* ocurre cuando la relación es 1.0, con la velocidad de flujo a través de la entrada igual a

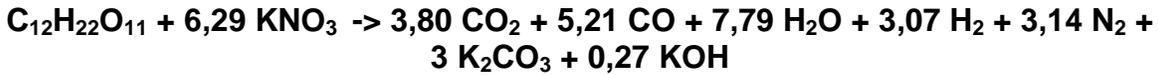
la velocidad de flujo a través de la garganta de la tobera (sonica). Una combustión erosiva grave ocurrirá bajo esta condición, y es generalmente evitada en el diseño. El punto crítico de la relación entrada a garganta, depende de la *relación de flujo de masa* en una ubicación determinada. En realidad, una relación de 1.0 (o menor) puede ser utilizada en el extremo delantero del grano donde la relación de flujo de masa es mínima. La relación del área de entrada a garganta es usada frecuentemente como índice por la cual se establece la tendencia de combustión erosiva. Para aquellos propelentes en los que no ha sido establecida, se sugiere una relación de 2.0 a 3.0 (dependiente de la relación L/D).

La relación largo diámetro es la relación que existe entre el *largo total del grano* con el *diámetro exterior* del grano. Este parámetro es muy importante en el diseño del motor, porque valores mayores de L/D tienden a resultar en efectos de combustión erosiva mayores (incluyendo combustión erosiva negativa). Valores altos de L/D tienden a generar diferenciales de flujo de masa altos a lo largo del grano, y tendrían mejor aplicación en *núcleos escalonados* (mayores al acercarse a la tobera).

Combustión del propelente

Un motor cohete opera bajo el principio de convertir *energía calórica*, de las reacciones químicas, en *energía cinética*. En otras palabras, el calor liberado por la combustión del propelente provee la energía calórica; la alta velocidad de los productos de escape saliendo del motor ganan energía cinética. Por esto es que el escape experimenta un gran descenso de temperatura al fluir a través de la tobera (como se mostrara a continuación), un requerimiento de la ley de la termodinámica llamada "conservación de la energía".

La combustión es simplemente una reacción química exotérmica. Para que este proceso comience se necesita una fuente de calor externa (ignitor) que provea la energía necesaria a un nivel umbral. Esta combustión esta representada por una ecuación química. Por ejemplo, para un propelente 65/35 O/C KN/Sucrosa, la ecuación de la combustión esta dada por (reactivos -> productos):



Con los compuestos simbolizados de esta manera:

Sucrosa	Sólido	$C_{12}H_{22}O_{11}$
Nitrato de potasio	Sólido	KNO_3
Dióxido de carbono	Gas	CO_2
Monoxido de carbono	Gas	CO
Vapor	Gas	H_2O
Hidrogeno	Gas	H_2
Nitrógeno	Gas	N_2
Carbonato de Potasio	Liquido	K_2CO_3
Hidróxido de potasio	Liquido	KOH

Se forman pequeñas cantidades de otros compuestos, como KH, y CH_4 , pero pueden ser ignorados sin consecuencias.

La derivación de la ecuación de combustión completa es potencialmente el paso más complejo en el análisis de un motor cohete. El propelente es quemado, a una presión constante (asumida), y forma un conjunto de productos moleculares que se encuentran en equilibrio químico y termal unos con otros. El primer paso es asumir que productos podrían ser producidos. Para propelentes que solo contengan carbono, oxígeno, hidrogeno y nitrógeno (C, O, H & N) existen (al menos) doce productos probables - carbono, dióxido de carbono, monoxido de carbono, hidrogeno, vapor, oxígeno, nitrógeno, oxido nítrico así como productos disociados H, O, N y OH. Si el propelente contiene productos metálicos como potasio (K), sodio (Na), o aluminio (Al), o contiene cloro (Cl), resultara en productos

de la combustión condensados (sólidos o líquidos), como el carbonato de potasio, (o equivalentes del sodio), óxido de aluminio o cloruro de potasio.

Una vez que se ha llegado a un conjunto posible de productos, el siguiente paso es determinar el número de moles (o fracciones) que resultaran. Los números de moles son los coeficientes en la ecuación química. Para el ejemplo anterior, los números de moles son 3.67, 5.19, 7.91, 3.09, 3.14 y 3.14 para CO₂, CO, H₂O, H₂, N₂ y K₂CO₃, respectivamente, para la combustión de los reactivos, siendo estos 1 mol de sucrosa y 6,29 moles de KNO₃.

La determinación del número de moles se realiza resolviendo un conjunto de ecuaciones relacionando los reactivos y productos con las condiciones de:

- Balance de masas
- Condiciones de equilibrio químico
- Balance energético

El balance de masa es directo, y se refiere al principio de *conservación de masa*. El número de moles de cualquier elemento determinado antes de una reacción química debe ser igual después de la reacción. En el ejemplo anterior, el número de moles de átomos en los reactivos es:

- 12 átomos de Carbono (C)
- 22 átomos de Hidrogeno (H)
- 3*6,29 = 29,87 átomos de Oxígeno (O)
- 6,29 átomos de potasio (K)
- 6,29 átomos de Nitrógeno (N)

Y en los productos:

- 3,67 + 5,19 + 3,14 = 12 átomos de Carbono (C)
- 2 * 7,91 + 2 * 3,09 = 22 átomos de Hidrogeno (H)
- 3 * 6,29 = 29,87 átomos de Oxígeno (O)
- 2 * 3,14 = 6,29 (redondeado) átomos de potasio (K) y Nitrógeno (N)

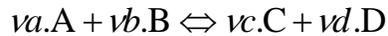
Con lo que se cumplen los requerimientos de masa.

Muchos reactivos, cuando son mezclados en cantidades definidas, reaccionan formando productos solamente, esto es conocido como *reacción irreversible*. Un ejemplo es la combustión del propelente (por eso el símbolo "->" en la ecuación). En una *reacción reversible* el proceso puede ir en cualquiera de los dos sentidos. Los reactivos se transforman en productos así como los productos se transforman en los reactivos originales. Este es el tipo de reacción con la que están relacionadas las condiciones de equilibrio químico de los productos de la combustión calientes. Por ejemplo, la reacción



Pero que es lo que determina la concentración relativa de esos constituyentes (por ejemplo, ¿La reacción actuara mas a la derecha o a la izquierda en esta ecuación?). Para cada ecuación como esta, existe una *constante de equilibrio* (K_p) asociada que es la que determina esto. Esta constante es función de la *temperatura* a la que ocurre la reacción, y es esencialmente independiente de otras condiciones físicas, como la presión. Los valores de varias K_p pueden ser encontrados en tablas termodinámicas, por ejemplo las tablas JANAF.

Para la reacción reversible general:



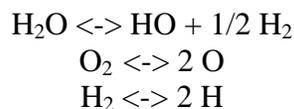
La ecuación de equilibrio químico es de la forma:

$$K_p = \frac{y_C^{\nu_C} y_D^{\nu_D}}{y_A^{\nu_A} y_B^{\nu_B}} \left(\frac{P}{P_o} \right)^{\nu_C + \nu_D - \nu_A - \nu_B}$$

Donde y es la fracción molar de equilibrio de los constituyentes A, B, C y D, ν es el coeficiente de cada constituyente (2, 1 y 2 en el ejemplo anterior para los componentes H_2 , O_2 , y H_2O).

El término P/P_0 representa la relación de presión a la cual ocurre la reacción, y la presión de referencia (estado normal). Debería notarse que el equilibrio de los gases de la combustión es muy sensible a la temperatura.

Los productos existentes a una alta temperatura de combustión son muy diferentes de aquellos existentes a una temperatura de combustión más baja. A altas temperaturas (sobre los 3000 °K), ocurre la *disociación* de los productos, porque la energía térmica causa que los productos se separen en constituyentes simples y monoatómicos, como



A temperaturas de combustión inferiores, se forman cantidades sin importancia de estos constituyentes (por ejemplo, para la combustión de KN/Sucrosa). La disociación consume energía que de otra forma estaría disponible para convertirse en energía cinética del escape, y tiende a limitar la temperatura de la combustión.

Con la asunción de una combustión adiabática (No hay pérdida de temperatura con el alrededor) y mientras la asunción no cambie en energía potencial o cinética, la ley de la conservación de la energía nos dice que la *entalpía de los reactivos* es igual a la *entalpía de los productos*:

$$H_R = H_p$$

Se puede ver la entalpia como el calor involucrado en una reacción química. Puesto de otra manera, considere una reacción involucrando n moles de cada reactivo (representados por el subíndice i), y n moles de cada producto (subíndice e)

$$\sum_R n_i [h_f + \Delta h]_i = \sum_P n_e [h_f + \Delta h]_e$$

Esta ecuación nos dice que la suma de la entalpia de formación (h_f) mas el cambio de entalpia (Δh), multiplicada por el numero de moles (n) de cada componente, es igual tanto para los reactivos y los productos. Nótese que Δh representa el cambio de entalpia desde una temperatura de referencia, típicamente 298 °K (25 °C). Por esta razón, Δh es igual a cero para los reactivos si la temperatura inicial del propelente se asume que es esta.

Tanto, Δh y h_f para los reactivos y productos pueden encontrarse en tablas termodinámicas, por ejemplo, las tablas JANAF.

La anterior ecuación es particularmente útil, porque nos entrega los métodos para calcular la temperatura de la combustión, a la que se suele llamar *Temperatura Adiabatica de Flama* (AFT). También, de esta ecuación, puede verse que es deseable una mayor temperatura de formación de los reactivos (por unidad de masa), que es una menor temperatura de formación de los productos, porque resultara en un mayor Δh disponible para los productos (de este modo una mayor AFT). También, la presencia de gases biatómicos (ej. H_2 , N_2) es deseada generalmente porque el calor de formación de estos gases es cero.

Lo anterior describe un completo conjunto de información que será necesaria con el fin de determinar el proceso de combustión por completo. Ahora tenemos una serie de parámetros desconocidos, y las ecuaciones que nos permitirán encontrarlos. En resumen, los parámetros desconocidos son:

- El numero de moles (coeficientes) en el balance de masas de la ecuación.
- Las fracciones molares en las ecuaciones de equilibrio químico.
- La temperatura de llama adiabatica.
- Los valores de Δh , siendo estos función de la temperatura.
- La presión (de cámara) a la que ocurrirá la reacción.

Obviamente esto no será una tarea sencilla. La única forma practica de resolver el problema de la combustión, es con una solución por computadora, utilizando un proceso iterativo. Esto involucra como primera medida asumir una presión de cámara a la que ocurrirá la reacción (Los resultados dependen levemente de la presión). Las iteraciones para resolver las ecuaciones comienzan con una temperatura de combustión (AFT) pre-asumida. Estas dos asunciones permiten determinar el número de moles y las fracciones molares para estas condiciones iniciales. Basados en los valores determinados, se calcula una nueva AFT utilizando la ecuación de la energía. Entonces este valor de AFT es utilizado en la próxima iteración para calcular el número de moles y la fracción molar y así sucesivamente. Eventualmente se llegara a una convergencia y se obtendrá la solución final. En realidad, hace varios escribí un programa para analizar la combustión de los propelentes basados en

KN/Sucrosa, con relaciones O/C variables. Esto no fue tarea fácil, pero funciono satisfactoriamente.

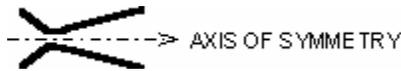
Afortunadamente, ya no es necesario para el interesado en la cohetería amateur el tener que escribir tal programa para el análisis de la combustión de un propelente particular, existe software disponible que hará el trabajo admirablemente y con gran flexibilidad, como PROPEP, GUIPEP o CET que más adelante veremos.

Teoría sobre toberas

La función primaria de una tobera es canalizar y acelerar los productos de la combustión producidos por el propelente de tal manera que maximice la velocidad del escape a la salida, a una velocidad supersónica. La tobera familiar de un cohete, conocida como *convergente-divergente* o Tobera *deLaval*, cumple con esta característica con una simple *geometría*. En otras palabras, lo hace variando el área seccionada transversalmente (o diámetro) de una manera exacta.

El análisis de la tobera de un cohete involucra el concepto de "*Flujo de fluido compresible unidimensional constante de un gas ideal*". Brevemente, esto significa que:

- El flujo del fluido (gases de escape + partículas condensadas) es constante y no cambia a lo largo del tiempo de combustión.
- El flujo unidimensional significa que la dirección del flujo es a lo largo de una línea recta. Para una tobera, se asume que el flujo se encuentra a lo largo del eje de simetría.



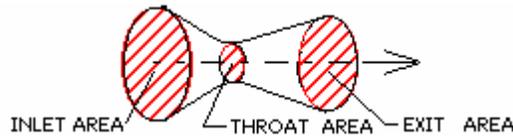
- El flujo es compresible. El concepto de fluido *compresible* es empleado generalmente para gases moviéndose a altas velocidades (generalmente supersónicas), en otro caso el concepto de flujo *incompresible*, es el utilizado para líquidos y gases moviéndose a velocidades inferiores a la del sonido. Un fluido compresible exhibe cambios significantes en densidad, un incompresible no lo hace.
- El concepto de gas ideal es una asunción simplificadora, que nos permite usar una relación directa entre la presión, densidad y temperatura, que son propiedades que son particularmente importantes en el análisis del flujo a través de la tobera.

Las propiedades del fluido, como la velocidad, densidad, presión y temperatura, en un flujo de un fluido compresible, están afectadas por

- Cambio del área seccionada transversalmente.
- Fricción
- Pérdida de calor con los alrededores

La meta del diseño de una tobera de cohete es acelerar los productos de la combustión a **la velocidad de salida lo mas alta posible**. Esto se logra diseñando el perfil geométrico de la tobera necesario apuntando a la condición de *flujo isentropico*. Se considera flujo isentropico al que solo depende del área seccionada transversalmente, que necesita ser adiabatico (sin pérdida de calor) y no tiene rozamiento. Por esto, en una tobera, es necesario minimizar los efectos del rozamiento, los disturbios de flujo y las condiciones que puedan llevar a pérdidas por choques. De esta manera, las propiedades del flujo están cercanas a ser isentropicas, y simplemente son afectadas **por el cambio del área seccionada transversalmente cuando el fluido se mueve a través de la tobera**.

Las áreas seccionadas transversalmente típicas de una tobera que son de interés particular son mostradas en la siguiente figura

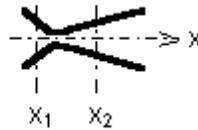


El análisis de un flujo de fluido compresible involucra cuatro ecuaciones de interés:

- Energía
- Continuidad
- Momento
- La ecuación de estado

La ecuación de la energía deriva del principio de conservación de la energía. Para un flujo adiabático entre dos puntos cualesquiera, x_1 y x_2 , esta dada por

$$h_1 - h_2 = 1/2 (v_2^2 - v_1^2) = C_p (T_1 - T_2)$$



Donde h representa la entalpia del fluido (que puede ser considerada como la energía disponible para la transferencia de calor), v es la velocidad de flujo en una dirección x , C_p es la *capacidad calorífica* del fluido, y T es la temperatura del fluido.

Esta ecuación provee una importante visión de cómo funciona una tobera de cohete. Observar los primeros dos términos muestra que el cambio (disminución) en la entalpia es igual al cambio (incremento) en la energía cinética. En otras palabras, el calor del fluido que está siendo usado para acelerar el flujo a una mayor velocidad. La capacidad calorífica puede ser aproximada a ser constante, y es una propiedad determinada por la composición de los productos de la combustión.

Es aparente, entonces, que las propiedades de un fluido (Ej. Temperatura) son función de la velocidad del flujo. Para describir el estado de un fluido en cualquier punto a lo largo de su flujo, es conveniente considerar el *estado de estagnación* como estado de referencia. Las propiedades de estagnación pueden considerarse como las propiedades que resultarían si el fluido fuese (isentropicamente) desacelerado a velocidad cero (Ej. Flujo estagnante).

La *temperatura de estagnación*, T_0 , es encontrada en la ecuación de la energía (haciendo $v_2=0$), de esta manera

$$T_0 = T + \frac{v^2}{2C_p} \quad \text{Ecuación 1}$$

Para un proceso de flujo isentropico, la siguiente relación importante entre las propiedades de estagnacion para temperatura, presión y densidad del fluido mantienen

$$\frac{T_0}{T} = \left(\frac{P_0}{P} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{k-1} \quad \text{Ecuación 2}$$

Donde **k** es la importantísima **relación de calores específicos**, también conocida como **exponente isentropico**, definida como

$$k \equiv \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_p}{C_p - R}$$

Tanto C_p como R (constante específica de los gases) son propiedades determinadas por la composición de los productos de la combustión, donde $R = R'/M$, donde R' es la *constante universal de los gases*, y M es el *peso molecular efectivo* de los productos de la combustión. Si los productos de la combustión contienen un porcentaje apreciable de partículas en fase condensada (humo), el valor del peso molecular efectivo, M , debe tenerlo en cuenta. Así también, un k apropiado debe ser utilizado teniendo en cuenta el flujo bifásico. La determinación de k y M para los productos de la combustión esta detallada en Apuntes Técnicos N° 1.

La velocidad sonica local, a , y el numero de Mach, M , (definido como la relación de la velocidad de flujo con la velocidad sonica local), esta dada por

$$a = \sqrt{kRT} \quad M = \frac{V}{a} \quad \text{Ecuación 3}$$

De las ecuaciones 1, 2 y 3, la relación entre la temperatura de estagnacion (también llamada *Temperatura Total*) y el numero Mach puede ser escrita como

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \quad \text{Ecuación 4}$$

Se puede demostrar con la primera y segunda ley de la termodinámica, que para cualquier proceso isentropico

$$\frac{P}{\rho^k} = \text{Constante} \quad \text{Ecuación 5}$$

De las ecuaciones 4 y 5, y utilizando la ecuación de estado de un gas ideal, $P = \rho R T$, la relación entre la temperatura de estagnación, la densidad y el número Mach puede ser expresada como

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad \text{Ecuación 6}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{k-1}} \quad \text{Ecuación 7}$$

Las ecuaciones 4, 6 y 7 son particularmente útiles, porque permiten determinar cualquier propiedad en un flujo si tan solo se conocen el número de Mach y las propiedades de estagnación.

Las propiedades de estagnación (o totales) T_0 , P_0 , y ρ_0 son simplemente las propiedades que están presentes en la cámara de combustión del cohete, puesto que la velocidad del flujo es (considerada) cero en este punto. En otras palabras, T_0 es la temperatura de combustión del propelente (AFT), P_0 es la presión de cámara, y ρ_0 es la densidad de los productos de la combustión bajo las condiciones de la cámara.

Otra propiedad de estagnación importante es la *entalpía de estagnación*. Es obtenida de la ecuación de la energía (con $v_2=0$)

$$h_0 = h + \frac{v^2}{2} \quad \text{Ecuación 8}$$

Físicamente, la entalpía de estagnación es la entalpía que sería alcanzada si el flujo (en algún punto) fuera de alguna manera desacelerado a velocidad cero. Es útil notar que la entalpía de estagnación es **constante** a través del flujo en la tobera. Esto también es cierto para otras propiedades de estagnación (temperatura, presión, y densidad).

La segunda de las cuatro ecuaciones de interés relacionada con el flujo de un fluido compresible, como se dijo anteriormente, es la ecuación de continuidad (o conservación de masa), que es

$$\rho A v = \text{constante} = \rho^* A^* v^* \quad \text{Ecuación 9}$$

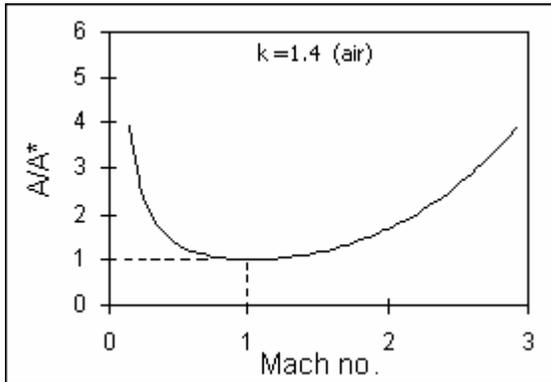
Donde A es el área seccionada transversalmente de la tobera, y v es la velocidad del flujo. Esta ecuación simplemente indica que la masa fluyendo a través de la tobera debe ser constante. La "estrella" (asterisco) significa la llamada *condición crítica*, donde el número

de Mach es la unidad, $M=1$ (la velocidad del flujo es igual a la velocidad del sonido). La importancia de la condición crítica pronto será aparente.

Tomando las ecuaciones 3, 4, 7 y 9, es posible expresar la relación de área A/A^* , en términos del número de Mach del fluido. La relación de área es simplemente el área seccionada transversalmente en cualquier punto (x) en la tobera, con el área seccionada transversalmente donde existe la condición crítica ($M=1$)

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left(\frac{1 + \frac{k-1}{2} M^2}{1 + \frac{k-1}{2}} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad \text{Ecuación 10}$$

Cuando se realiza un gráfico de A/A^* contra el número de Mach, usando esta ecuación, se obtiene un resultado muy interesante.



Este claramente muestra que un pasaje *convergente-divergente* de una sección con un *área mínima* es requerido para acelerar el flujo de una velocidad subsonica a una supersónica. El punto crítico donde el flujo se encuentra a velocidad sónica ($M=1$ en $A/A^*=1$) se encuentra en la *garganta* de la tobera. Esto demuestra la importancia de la tobera teniendo una sección divergente, sin ella, el flujo nunca alcanzaría una velocidad mayor a la del sonido.

El flujo supersónico es logrado solo a través de la porción divergente de la tobera.

Como el número Mach puede ser determinado conociendo la relación de área, ahora es posible graficar la variación de temperatura, presión y densidad a través de la tobera, con el uso de las ecuaciones 4, 6 y 7.

De las ecuaciones 8 y 9, la velocidad del flujo en la salida de la tobera puede expresarse como

$$V_e = \sqrt{2T_0 \left(\frac{R'}{M} \right) \left(\frac{k}{k-1} \right) \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad \text{Ecuación 12}$$

Esta ecuación es una de las más útiles, porque permite calcular la **velocidad de salida en tobera**. Resumiendo, es necesario conocer

- K, la relación efectiva entre los calores específicos de los productos de escape, obtenida del análisis de la combustión. Para la condición de flujo bifásico, el valor debe modificarse, como se explicara mas adelante.
- R' es la constante universal de los gases (R'=8.3143 N-m/mol-K)
- M es el peso molecular efectivo de los productos de escape, obtenido del análisis de la combustión, y debe tener en cuenta la presencia de partículas en fase condensada.
- T₀ es la temperatura de combustión del propelente, también obtenida del análisis de la combustión
- P_e y P₀ son la presión de salida de tobera y la presión de cámara, respectivamente.

Para la mayoría de los cohetes amateur, P_e puede ser tomada como la presión atmosférica ambiental: P_e = P_a = 1 atmósfera. P₀ puede ser la presión de cámara medida, por diseño o calculada.

Un mejor entendimiento de la conducta de una tobera puede ser obtenido observando detenidamente esta ecuación. Puede verse que

- La velocidad máxima de escape es obtenida cuando se escapa al vacío (P_e=0). Esto es la llamada *relación de presión infinita*, P₀/P_e.
- Incrementando la presión de cámara no se incrementa significativamente la velocidad de escape. Si k=1,2, entonces podemos ver que duplicando P₀ de 35 atm. (515 psia) a 70 atm. (1030 psia) incrementa la velocidad de escape en solo un 7%.
- Una *temperatura de combustión mas alta* y un *peso molecular efectivo más bajo* son significativa e igualmente benéficos, siendo proporcional e inversamente proporcional a la potencia de la raíz cuadrada, respectivamente.
- Aunque no es obvio observando esta ecuación, el efecto de cambiar el valor de k no es demasiado significativo. Un cambio de k=1,1 a k=1,2 resulta en una perdida de un 7%.

La relación entre el área de garganta, A*, y cualquier decremento del área en la tobera, A_x, en la que la presión P_x prevalece puede ser convenientemente expresada como función de la relación de presión, P_x/P₀, y k. Tomando que en la garganta M es la unidad, y usando las ecuaciones 2, 3, 4, 7 y 12, nos lleva a

$$\frac{A^*}{A_x} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{P_x}{P_0}\right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\left(\frac{k+1}{k-1}\right) \left[1 - \left(\frac{P_x}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \quad \text{Ecuación 13}$$

Esta es otra importante y útil ecuación. Esta permite calcular el área de salida, A_e , de manera que la presión de salida, P_e , es igual a la presión ambiente, P_a (típicamente 1 atm.), simplemente sustituyendo P_a por P_x .

$$\frac{A^*}{A_e} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{P_e}{P_0}\right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\left(\frac{k+1}{k-1}\right) \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \quad \text{Ecuación 14}$$

Esto se conoce como la **condición de diseño de tobera** donde luego se demostrara que se logra una condición de *empuje máximo*. Para este diseño, la relación de área A_e/A^* es conocida como la tan importante **Relación de expansión óptima**.

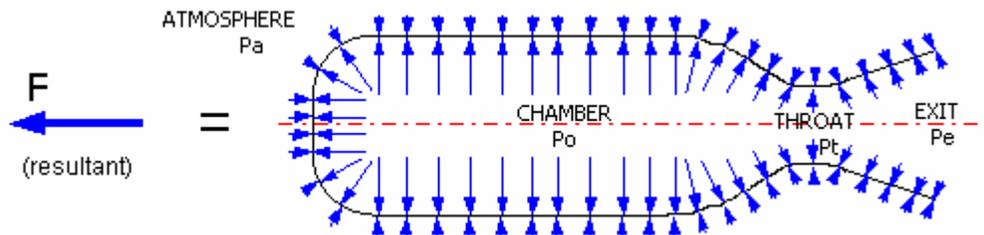
Empuje de un motor cohete y coeficiente de empuje

El *empuje* que genera un motor cohete es una clave fundamental en su rendimiento. Sin duda, este es el parámetro que más debe tener en cuenta cualquier diseñador de motores cohete amateur. El empuje, que es la fuerza que el motor genera, es lo que propulsa al cohete hacia (y más allá) del cielo.

El empuje es generado por la masa expelida (el escape) fluyendo a través de la tobera a una alta velocidad. La expresión para el empuje está dada por

$$F = \int P \, dA = \dot{m} V_e + (P_e - P_a) A_e \quad \text{Ecuación 1}$$

Donde el término de la izquierda en la ecuación representa la *integral de las fuerzas de presión* (resultante) actuando en la cámara y la tobera, proyectada en un plano normal al eje de simetría de la tobera, como se muestra en la siguiente figura



La presión interna es más alta dentro de la cámara y decrece constantemente en la tobera hacia la salida. La presión externa (atmosférica) es uniforme sobre las superficies exteriores.

En el primer término del lado derecho de la ecuación, \dot{m} es la tasa de flujo de masa de los productos de escape y v_e es la velocidad de escape. El segundo término del lado derecho de la ecuación es el llamado *empuje de presión*, que es igual a cero para una tobera con una relación de expansión óptima ($P_e = P_a$), A_e es el área de salida de la tobera.

Considerando la continuidad (conservación de masa) en la garganta de la tobera, la ecuación 1 puede ser reescrita como

$$F = \rho^* A^* v^* V_e + (P_e - P_a) A_e \quad \text{Ecuación 2}$$

Esta expresión ahora puede ser modificada usando algunas de las ecuaciones que fueron presentadas en el capítulo anterior sobre toberas, que son

- Relación de densidad de fluido (con $M=1$ en la garganta), ρ_0 / ρ (Ecuación 7)
- Velocidad de flujo crítica (en garganta), v^* (Ecuación 3, con $v^*=a$)
- Velocidad de salida en tobera, v_e (Ecuación 12)

- Ecuación de estado para un gas ideal, $P = \rho R T$
Entonces tenemos

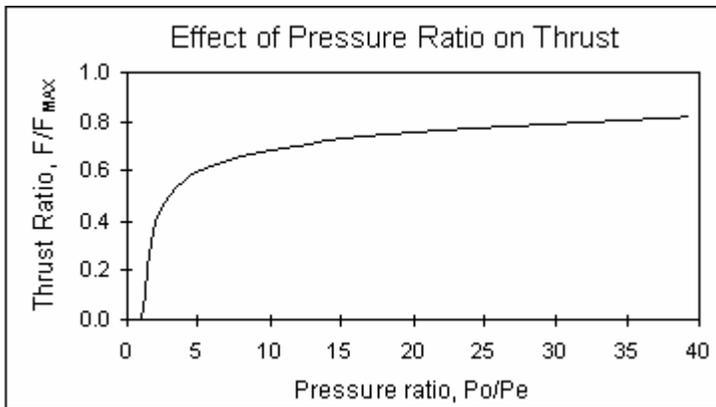
$$F = A^* P_0 \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} + (P_e - P_a) A_e \quad \text{Ecuación 3}$$

Esta ecuación nos muestra que, si el término de presión de empuje es cero, **el empuje es directamente proporcional al área de garganta, A^* , y es casi directamente proporcional a la presión de cámara, P_0 .**

Esto es particularmente interesante. Esto significa que si el tamaño de la garganta es duplicado, el empuje será duplicado (si se mantiene la presión de cámara). Lo mismo para la presión de cámara, si es duplicada, el empuje es casi duplicado. En realidad, las cosas no son tan simples, porque el área de garganta y la presión de cámara se encuentran unidas, como se explicará luego. Esto significa que duplicar el tamaño de la garganta implicaría cambios significativos en el diseño, como el incremento de la superficie de combustión. Igualmente si la presión es la acrecentada, las paredes del motor deberán ser más fuertes.

El empuje también es proporcional a

- Empuje de presión (término aditivo, puede ser positivo o negativo)
- Relación de calores específicos, k . La sensibilidad de k es bastante baja. Por ejemplo la diferencia en el empuje calculado con $k=1,4$, comparada con $k=1,0$, tiene un decremento del 14% (para una relación de presión $P_0/P_e = 68$).
- Relación de presión a lo largo de la tobera, P_e/P_0 , como se muestra en el gráfico:



Este gráfico muestra la relación de empuje, F/F_{max} , contra la relación de presión (o expansión) donde F_{max} es el empuje que puede ser obtenido de una relación de expansión infinita (expandiéndose en el vacío, $P_e=0$). En el gráfico, el empuje indicado, F , excluye el término de presión de empuje. El empuje total producido está dado por $F_{total} = F + (P_e - P_a) A_e$.

La relación de presión de la tobera está determinada solamente por la relación de área, A^*/A_e , tal como en la ecuación 14 del capítulo sobre toberas. ¿Qué nos indica este gráfico?

- Si la relación de presión (y la relación de expansión) es 1, entonces $F = 0$. El único empuje producido por tal tobera es el empuje de presión, o $F_{\text{total}} = (P_e - P_a) A_e$. Tal tobera, por supuesto, no tendría sección divergente, como $A^*/A_e = 1$, y sería una tobera muy mal diseñada.
- La *subida* de la curva es muy escalonada inicialmente, entonces comienza a aplanarse mas allá de $P_0 / P_e = 5$. Esto es significativo, porque indica que aun hasta una tobera provista con una mínima expansión sería significativamente benéfica. Con una relación de presión de 5, el empuje resultante es alrededor de un 60% del máximo teórico. De la ecuación 14, puede verse que la relación de expansión de área requerida es solo $A_e / A^* = 1,38$ (para $k=1,2$), lo que se traduce en una relación salida a garganta de tobera menor que 2.

El grado al cual el empuje es amplificado por la tobera esta cuantificado por el **Coefficiente de empuje**, C_f , y es definido en término de la presión de cámara y área de garganta

$$F = C_f A^* P_0 \quad \text{Ecuación 4}$$

El Coeficiente de Empuje determina la amplificación del empuje debida a la expansión del gas en la tobera comparado con el empuje que sería producido si la presión de cámara actuara solo sobre el área de la garganta. La ecuación 4 es útil, porque permite obtener el valor experimental de C_f de valores medidos de presión de cámara, diámetro de garganta y empuje. El valor ideal de C_f es calculado desde las ecuaciones 3 y 4, y quedaría de la forma que se muestra en la ecuación 5.

$$C_f = \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \quad \text{Ecuación 5}$$

Un motor de KN/Sucrosa equipado con una tobera bien diseñada entregara un C_f de alrededor de 1,5 bajo condiciones estáticas. El C_f ideal para este mismo motor sería de 1,65. Una gran parte de la perdida se debe a ineficiencias del flujo bifásico.

Como nota final, debería ser recordado que las ecuaciones de empuje y C_f (Ecuaciones 3 y 5) requieren que k sea corregido para el flujo bifásico.

Impulso Total

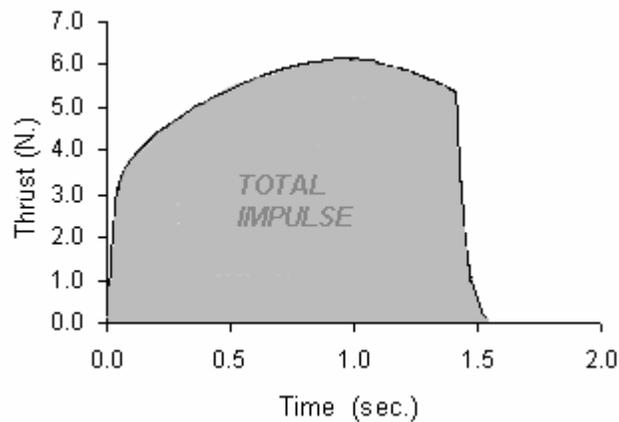
Aunque el empuje es una clave importante para la caracterización de la *capacidad de elevación* de un motor cohete, este no provee una indicación de que tan alto será propulsado el cohete. Para esto, uno necesita medir la *salida total* en términos de capacidad de propulsión. La clave esencial para esto es el **impulso total** del motor cohete, que incorpora el elemento esencial del tiempo, o la duración del empuje.

El impulso total es definido como la integral del empuje sobre la duración operativa del motor.

$$I_t = \int_0^{t_b} F dt \quad \text{Ecuación 1}$$

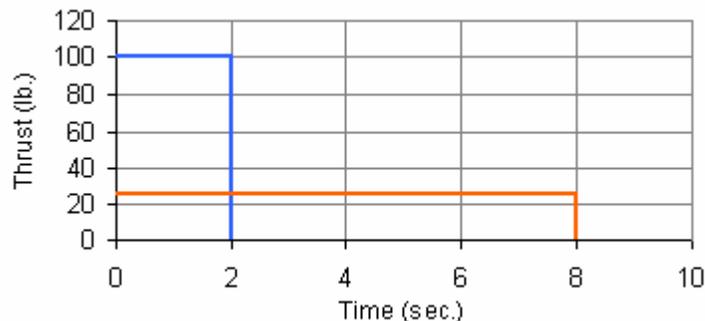
Y es representada por el área bajo la curva empuje-tiempo

Las unidades son las de fuerza multiplicadas por el tiempo, generalmente libras-segundo



(lb-s) o Newton-segundo (N-s).

Es importante tener en cuenta que el impulso total solo nos dice parte de la historia con respecto a la capacidad propulsora de un cohete. Por ejemplo, un motor que entrega un impulso total de 200 Lb-s puede proveer de un empuje promedio de 100 lb. por 2 segundos (100 lb. x 2 s = 200 lb-s), o puede entregar un empuje de 25 lb. por 8 segundos (25 lb. x 8 s = 200 lb-s), como se muestra en la figura 2. Ambos entregan el mismo impulso total, que generalmente se abrevia como I_t .



La altitud lograda diferirá, con este efecto siendo mas significativa a medida que la relación empuje/masa decrece. La diferencia mas pronunciada será en la aceleración del cohete, porque la aceleración inicial del cohete esta dada por

$$a = F/m - g$$

Ecuación 2

Donde **F** es el empuje, **m** es la masa del cohete al momento del despegue y **g** la aceleración de la gravedad. Con una aceleración más baja, mas tiempo le llevara al cohete lograr una velocidad en la cual las aletas le provean una estabilidad efectiva. Y en un caso extremo, si el empuje es menor que el peso al momento del despegue, el cohete ni siquiera dejara la plataforma de despegue, sin importar el impulso total del motor.

Velocidad Característica

La *velocidad característica*, también llamada c-estrella o simplemente c^* , es una figura de merito termodinámico para un propelente determinado y puede ser considerada como indicativo de la *eficiencia de combustión*. La expresión para c^* ideal es dada en la ecuación 3, y puede verse que solo es función de los productos de la combustión (k , M , T_0).

$$c^* = \sqrt{\frac{R'/M T_0}{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}} \quad \text{Ecuación 3}$$

El valor utilizado para k debe tener en cuenta la mezcla de gases con partículas en fase condensada.

El Impulso Especifico ata relacionado con c^* como vemos a continuación:

$$I_{sp} = c^* C_f / g \quad \text{Ecuación 4}$$

Donde c^* estima la influencia de la combustión y C_f (coeficiente de empuje) estima la influencia de la tobera. Así también, c^* puede considerarse análogo al impulso especifico con $C_f=1$.

La c^* entregada puede ser obtenida de la curva presión-tiempo del motor cohete, siendo dada por la integral por el tiempo de la presión sobre la combustión, multiplicada por la relación de área de garganta a masa propelente, de esta manera

$$c^* = \frac{A_t}{m_p} \int_0^{t_b} P(t) dt \quad \text{Ecuación 5}$$

Para los motores de KN/Sucrosa, la c^* entregada se encuentra cercana al valor calculado, indicando una alta eficiencia de combustión.

Impulso específico

El **Impulso Específico** que el propelente es capaz de producir (sea teórico o real) es la clave del potencial de rendimiento. En su forma básica, el Impulso Específico es considerado como el *empuje producido por unidad de masa* (ej. Lb. o Kg.) del propelente sobre el *tiempo de combustión de 1 segundo*. Como tal, las unidades del impulso específico serían lb-s/lb o N-s/Kg. En el conjunto de unidades formales, puede considerarse que lb se simplificaría, dando la unidad más convencional de segundos. Para el último conjunto de unidades, la división de el Impulso Específico en N-s/Kg por la aceleración de la gravedad, g (9,806 m/s) resulta en dar segundos.

El impulso específico entregado producido por un motor, por ejemplo de medidas de una prueba estática, es obtenido de la expresión

$$I_{sp} = I_t / W_p \quad \text{Ecuación 6}$$

Donde W_p es el peso del propelente (lb o Kg x g).
El impulso específico entregado depende de:

- Tasa de flujo de masa, de este modo del tamaño del motor
- Energía de combustión disponible del propelente
- Eficiencia de la tobera
- Condiciones de presión ambiental
- Pérdida de calor en el motor
- Pérdidas por flujo bifásico
- Eficiencia de la combustión

Estos factores serán tratados en el capítulo de "Correcciones para motores cohete reales"

El **Impulso Específico Ideal** del propelente de un cohete es calculado usando la ecuación 12 del capítulo sobre toberas, que expresa la velocidad de escape, V_e , en términos de las propiedades de flujo y la relación de presión. Como $V_e = c^* C_f$, el I_{sp} ideal puede ser determinado con

$$I_{sp} = \frac{1}{g} \sqrt{2T_0 \left(\frac{R'}{M} \right) \left(\frac{k}{k-1} \right) \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad \text{Ecuación 7}$$

Donde k , M , T_0 , P_e y P_0 son como se definieron en el capítulo sobre toberas.

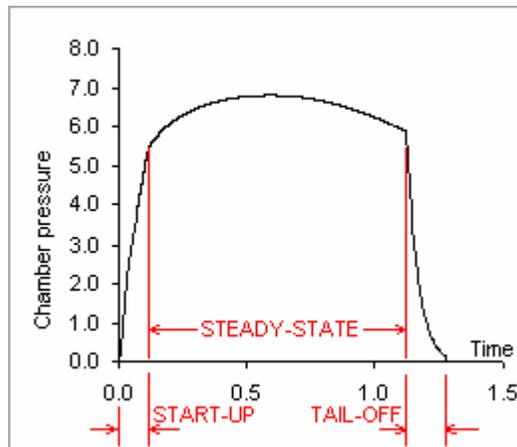
Esta ecuación es utilizada para calcular el Impulso Específico Ideal para los propelentes KN/Azúcares.

Presión de cámara

La presión de cámara que genera un motor cohete es de crucial importancia para la operación exitosa de un motor cohete. No solo la presión de cámara influye fuertemente la tasa de combustión del propelente, la eficiencia termodinámica y el empuje, sino que la presión de cámara carga estructuralmente las paredes del motor a un punto crítico. Comprender la naturaleza de la generación de la presión de cámara y predecirla precisamente, es una de las claves para un satisfactorio diseño del motor cohete.

¿Qué es lo que causa que se cree presión dentro de la cámara del motor cohete? ¿Qué determina la magnitud de esta presión? Intuitivamente, la presión generada es resultado de la combustión del propelente, por lo que los gases producidos intentan escapar a través de la tobera. Si la tobera es lo suficientemente pequeña, los gases no pueden escapar lo suficientemente rápido y la acumulación de gases en la cámara resulta en la presurización. Realmente, la explicación intuitiva es correcta. De cualquier forma, un importante factor que determina la *magnitud* de la presión de cámara no es tan intuitivo - es el concepto de *flujo obstruido*. Este concepto nos provee de los medios necesarios para calcular la presión de cámara, y es válido tanto para el modo de operación estática como el modo transitorio, como se discutirá a continuación.

Observando el gráfico de la presión de cámara sobre la duración de operación de un motor cohete (figura 1), puede verse que hay tres fases importantes de operación distintas.



La curva de presión del motor cohete exhibe una conducta de estado constante y transitorio. Las fases transitorias son cuando la presión varía sustancialmente con el tiempo - durante la ignición y fase de encendido, y completando (o casi completando) el consumo del propelente, cuando la presión cae al nivel ambiental. La variación de la presión de cámara durante la fase de combustión en estado constante está dada principalmente por la variación de la geometría del grano propelente (Área superficial de combustión) con su variación de tasa de combustión asociada. Otros factores que pueden jugar un rol, como ser, la erosión de la garganta de la tobera, y el aumento de la tasa de combustión erosiva.

Primero que nada, serán consideradas las fases de presión de ignición y estado constante. La fase de ignición es hipotéticamente muy breve, aunque en la realidad, la ignición del grano propelente por completo no ocurre instantáneamente. La duración real de la fase de ignición es fuertemente dependiente de la efectividad del sistema ignitor utilizado.

La fase de estado constante claramente domina el rendimiento del motor, y por lo tanto, constituye la **Condición de diseño**.

Para determinar el crecimiento de la presión de ignición, y el nivel de presión en estado constante, se debe tener en cuenta que la tasa de *generación de productos de la combustión* es igual a la *taza de consumo del grano propelente*, que esta dada por:

$$M_g = A_b \rho_p r \quad \text{Ecuación 1}$$

Donde ρ_p es la densidad del propelente, A_b es el área de combustión del grano propelente, y r es la tasa de combustión del propelente (taza de regresión de superficie).

Es importante destacar que los productos de la combustión pueden consistir tanto de materia en estado gaseoso como en fase condensada. La fase condensada, que se manifiesta como humo, pueden ser partículas sólidas o líquidas. Solo los productos gaseosos contribuyen a la creación de presión. La fase condensada, de cualquier manera, contribuye con el empuje (rendimiento general) del motor cohete, dada su masa y velocidad, como se muestra en la ecuación 1 del capítulo sobre teoría de empuje.

Flujo bifásico

La mayoría de los propelentes sólidos de cohetes producen productos de la combustión que son una mezcla de gases y partículas en fase condensada (líquidas o sólidas) esto es evidente como humo visible en la pluma de escape. Estos propelentes conteniendo metales, como aluminio o magnesio, generan óxidos de los metales como productos de la combustión en fase condensada. Los compuestos oxidantes metálicos, como el nitrato de potasio (KN) o perclorato de potasio (KP), generan productos en fase condensada de un peso molecular particularmente alto, lo que es bastante indeseable.

Los propelentes KN-Azúcar producen una densa nube de humo de carbonato de potasio. En realidad, aproximadamente el 44% de la masa de escape es materia sólida.

La aparición de sólidos o líquidos en el escape produce una reducción de rendimiento por las siguientes razones:

- Esta porción de la masa de combustión no puede realizar ningún trabajo de expansión y por lo tanto no contribuye a la aceleración del flujo de escape.
- El mayor peso molecular efectivo de estos productos disminuye la *velocidad característica* (c^*).
- Debido a la inercia térmica, el calor de la fase condensada es parcialmente eyectado de la tobera antes de transferir este calor a los gases que la rodean, y por lo tanto no es convertido en energía cinética. Esto es conocido como *retraso térmico*.
- Similarmente dada la relativamente gran masa de las partículas (comparadas a los gases), estas no pueden acelerarse tan rápidamente como los gases que las rodean, especialmente en la porción de la tobera donde la aceleración de flujo es extremadamente alta (región de garganta). La aceleración de las partículas depende del arrastre por fricción en el flujo de gases, que necesita una velocidad diferencial. El resultado neto es que las partículas en fase condensada salen de la tobera a una velocidad menor que los gases. Esto es conocido como *retraso de velocidad de partículas*.

En términos de los parámetros de rendimiento de los cohetes, la presencia de productos en fase condensada se reflejan como una Velocidad Característica reducida, debido al alto peso molecular de la mezcla gas/partículas.

El coeficiente de empuje ideal, C_f , por otro lado, se acrecienta al incrementar la fracción de partículas, como consecuencia de un valor de k reducido. Igualmente, el C_f entregado sufre significativamente, dado el retraso térmico y el retraso de velocidad. Esto es probablemente la mayor causa de pérdida de eficiencia en un motor con una fracción significativa de partículas en el escape. Esto es especialmente cierto en una tobera con poca expansión (por ejemplo, porción divergente de menor tamaño). La aparente importancia de tener una buena porción divergente de la tobera es clara examinando la figura 3, que muestra la variación del Coeficiente de Empuje ideal para el flujo a través de la tobera del motor Kappa. La

tobera esta diseñada con una casi ideal relación de expansión de $A_e/A_t = 11.4$, que otorga un Coeficiente de Empuje ideal de 1.69. Aunque, si la tobera hubiese sido truncada en la garganta (línea punteada roja), el coeficiente sería solamente 0,62. La divergencia por lo tanto multiplica el empuje ideal por un factor de 2.73. Por supuesto, los valores “entregados” probablemente son menos pronunciados que los valores ideales. El Coeficiente de Empuje entregado para este motor es aproximadamente 1.5. Es desconocido cual sería el Coeficiente de Empuje entregado para una tobera truncada, porque esta configuración no ha sido probada.

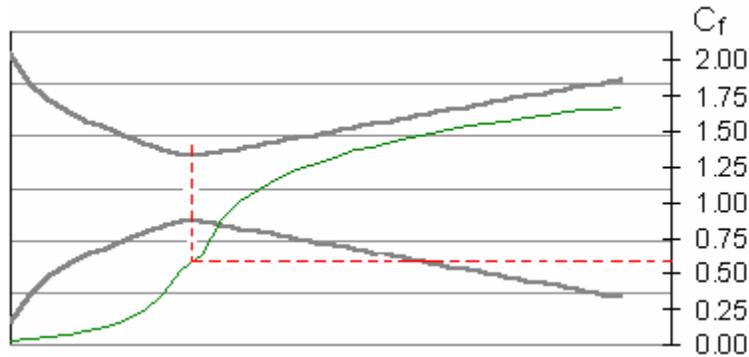


Figura 3 – C_f ideal para el flujo bifásico a través de la tobera Kappa.

Otro factor que es importante con respecto a las pérdidas del flujo bifásico es el contorno de la tobera, especialmente en la región de la garganta. La figura 4 ilustra la aceleración de flujo para la tobera Kappa. La aceleración en la región de la garganta (línea punteada roja) es extremadamente alta, especialmente justo después, donde es su máximo. La mayoría del retraso de partículas, que es una fuerte función de aceleración, ocurre en esta región, por eso la importancia del diseño de una tobera con un contorno bien redondeado en la garganta, sin ningún cambio brusco en el área seccionada transversalmente.

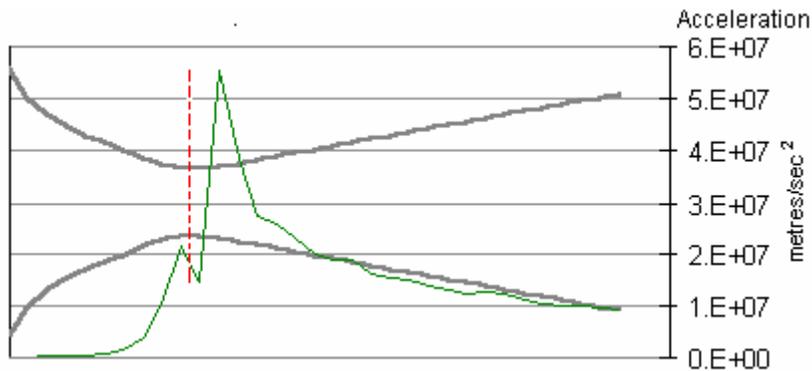


Figura 4 – Aceleración de gas/partículas para el flujo bifásico de la tobera Kappa.

El tamaño del motor cohete así como el de las partículas en estado condensado juegan un importante rol con respecto a la influencia de los efectos del flujo bifásico. Esto es ilustrado en la figura 5, que muestra la fracción de la Velocidad Característica perdida con respecto a:

- Tamaño del motor (Empuje).
- Tamaño de las partículas.

Nótese que la fracción de masa de las partículas en el escape para este estudio fue $X = 0,25$. Para los propelentes estándar KN-Azúcar es $X = 0,44$.

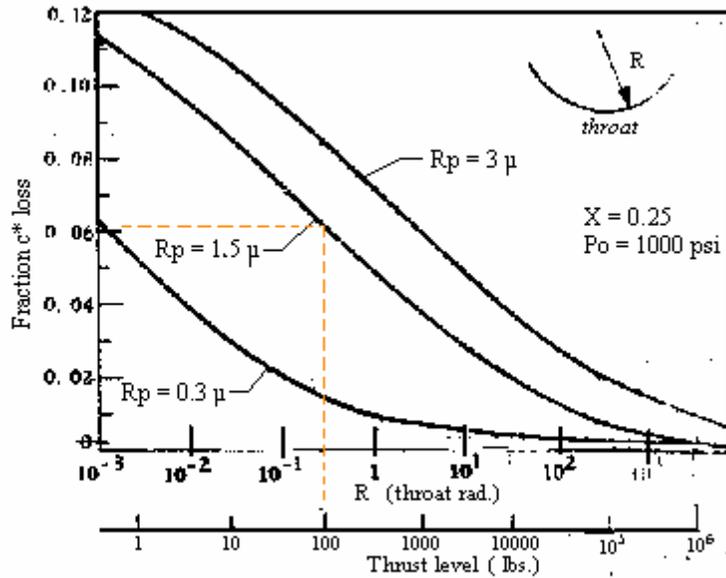


Figura 5 – Influencia del tamaño de motor y de partículas en c^*
 Ref. Dynamics of Two-Phase Flow in Rocket Nozzles, ARS Journal, Dec.1962

Por ejemplo, para un motor de 100 lb. de empuje, el motor sufre una pérdida del 6% en la Velocidad Característica si el tamaño de partícula promedio es de 1,5 micrones, como es mostrado por la línea punteada roja.

Es claro desde con este dibujo que para motores experimentales amateur, que típicamente son de 1000 lb. de empuje o menos, que las pérdidas por flujo bifásico pueden ser significativas, pero probablemente pueden ser desestimadas para grandes motores “profesionales”.

¿Como es el flujo bifásico tomado en cuenta con respecto a los cálculos de rendimiento del motor? Me he hecho a mi mismo esta misma pregunta cuando comencé a investigar el propelente KN-Azúcar desde un aspecto de rendimiento teórica, en 1983 cuando comencé a trabajar en mi tesis “Diseño y Prueba de Motores Cohete de Propelente Sólido”. Todas las ecuaciones en Sutton y otros libros parecían ignorar la existencia de partículas en el escape, pero yo sabía que no podía ignorar esto, ¡no cuando el escape del propelente contenía un 44% de materia sólida! Luego de mucha consternación, eventualmente logre encontrar un par de libros, y en particular, artículos del ARS Jornal, que trataban este tema. Y termine re derivando todas las ecuaciones de rendimiento pertinentes desde principios básicos, entonces hice las modificaciones necesarias para tener en cuenta la presencia de la fase condensada. Una asunción clave requerida era que las partículas fluyen a la misma

velocidad que el gas (sin retraso de velocidad), entonces las ecuaciones modificadas representan el límite superior en rendimiento. Los detalles son demasiado complicados para ser presentados aquí, así que solo mostrare el resultado final, que afortunadamente es simple. Resulta que, la mezcla de partículas/gas se comporta como un gas con un exponente isentrópico modificado, k . Todas las ecuaciones fundamentales se mantienen igual y son completamente aplicables al flujo bifásico, solo con las siguientes modificaciones:

1. **Peso Molecular**, M , debe tomar en cuenta la presencia de la fase condensada calculándose el Peso Molecular efectivo, que es obtenido dividiendo la masa del sistema por el número de moles de gas en el sistema. Por ejemplo, si la masa del sistema es de 100 gramos y el número de moles de gas es 2,3819 entonces:

$$M = \frac{100}{2.3819} = 41.98 \text{ g/mole}$$

2. El **exponente isentrópico** modificado toma dos formas, una para las condiciones en donde la velocidad de flujo (o realmente, la aceleración) es baja, y otra para las condiciones de flujo con alta aceleración. Donde la aceleración es baja, como en la cámara de combustión,

$$k = \frac{Cp_{mix}}{Cp_{mix} - R'}$$

Aquí Cp_{mix} es el calor específico efectivo de la mezcla de sólidos y gases y R' es la constante universal de los gases. El método para calcular Cp_{mix} es provisto en las notas técnicas de la página Web (Technical Notepad).

Esta es la forma de k a ser utilizada, por lo tanto, cuando se calcula la presión de cámara y Velocidad Característica.

Donde la velocidad de flujo y aceleración son altas, o sea, en la tobera:

$$k = k' \left[\frac{1 + \psi \frac{Cs}{Cp_{gas}}}{1 + k' \psi \frac{Cs}{Cp_{gas}}} \right]$$

Donde k' es el exponente isentrópico para la mezcla de solo gases, $\psi = X / (1-X)$, donde X es la fracción de masa de partículas en el escape. Cs es el calor específico para la mezcla sólida (o líquida) en el escape, y Cp_{gas} es el calor específico para la mezcla de gases solamente.

La derivación de esta forma de exponente isentrópico modificado asume una condición de flujo congelado donde se asume que no existe retraso térmico o de velocidad, y esta basada en las ecuaciones de momento y energía para un flujo isentrópico estable. Detalles adicionales sobre el calculo de este exponente isentrópico modificado pueden ser encontrados en la pagina Web “notas técnicas” y en el articulo del ARS Journal "Recent Advances in Gas-Particle Nozzle Flows", R.F. Hoglund, Mayo 1962.

Esta es la forma de k a ser utilizada cuando se calcule la Velocidad de Escape, Empuje, Coeficiente de Empuje y otros parámetros de flujo en la tobera.

Para aquellos interesados en un tratamiento mas teórico del flujo bifásico, sugiero la revisión de mi tesis Solid Propellant Rocket Motor Design and Testing disponible para bajar en formato PDF.

Correcciones para motores cohete reales

Los anteriores capítulos trataron la teórica de los motores cohete con propelente sólido considerando el análisis de un cohete ideal, que por supuesto, no existe. El cohete ideal representa la condición de rendimiento máxima que puede ser obtenida si no existiesen factores del mundo real y otras aproximaciones que producen reducciones de rendimiento en los motores cohete de propelente sólido reales. Estos son tenidos en cuenta utilizando varios factores de corrección en el diseño o análisis de un motor cohete.

Condiciones de cámara

La eficiencia de combustión y pérdidas de calor a través de la pared de la cámara tienden a producir una menor presión de cámara que la predicha teóricamente. El propelente sólido, igualmente, típicamente tiene una mayor eficiencia de combustión si está bien mezclado y el tamaño de las partículas oxidantes es muy pequeño. Una medida de la eficiencia de combustión de un propelente puede ser tomada al comparar el valor medido (entregado) de la Velocidad Característica (c^*) con el valor ideal:

$$\eta^* = \frac{\bar{c}^*}{c^*}$$

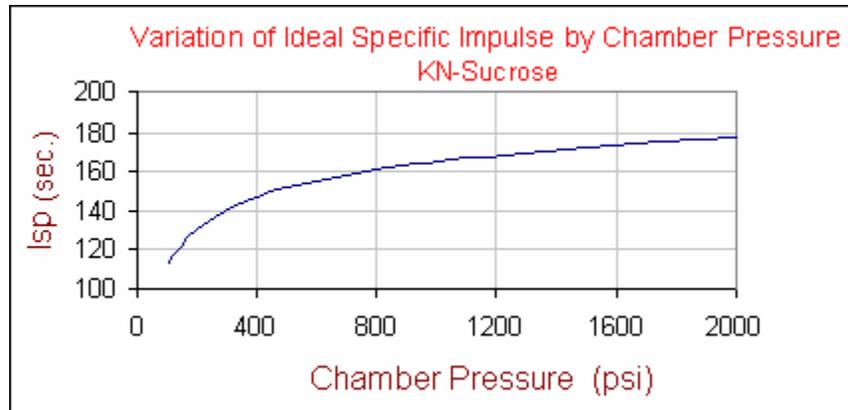
El valor entregado de c^* puede ser obtenido de las medidas de presión de los resultados del test estático o medido en “pruebas cerradas” de combustión de muestras de propelente.

$$\bar{c}^* = \frac{A_t}{m_p} \int_0^{t_b} P(t) dt$$

Para los propelentes basados en azúcar bien preparados, la eficiencia de combustión ha sido medida entre un 98 y 99 %. En cierto grado, la eficiencia de combustión es función del tamaño de motor. Los motores con cámaras de combustión mayores proveen mayor tiempo para que ocurran las reacciones químicas antes de la expulsión por la tobera.

La pérdida de calor a través (o hacia) las paredes de la cámara también dependen del tamaño del motor, así como del material y el grosor de la pared. Por ejemplo, un motor de mayor tamaño con una fina pared de acero tendría mucha menos pérdida de calor que un pequeño motor con una relativamente gruesa pared de aluminio. Igualmente, el efecto perjudicial es probablemente insignificante para ambos casos.

La presión de cámara tiene un efecto pronunciado sobre el impulso específico del propelente, particularmente a un régimen de baja presión, como se muestra en la figura a continuación:



Como los motores cohete experimentales amateur típicamente tienen tiempos de combustión cortos, una porción significativa del impulso total puede resultar de las fases de inicio o despegue de la combustión, cuando la presión de cámara está muy por debajo de el nivel de presión operando en estado estable. Como resultado, el impulso específico total entregado sufre. Esta es una razón de porque el impulso específico entregado puede ser menor que el ideal, que está basado en una presión de estado estable constante (usualmente tomada como 1000 PSI). La importancia de la pérdida, designada V_p , es altamente dependiente del tiempo de combustión del motor y el perfil presión/tiempo, pero puede ser un 5% o mayor. Por lo tanto un factor de corrección de presión típico sería $V_p = 0,95$.

Correcciones de Tobera

El flujo a través de una tobera real difiere del de una tobera ideal debido a los efectos de la fricción, la transferencia de calor (particularmente en la garganta), gases imperfectos y una combustión incompleta, flujo no axial, no uniformidad del fluido, y retraso térmico y de velocidad.

Las toberas cónicas son utilizadas casi exclusivamente para los motores amateur, dada la relativa simplicidad de fabricación. En teoría de toberas, se asume que el flujo es unidimensional (axial). En una tobera cónica, el flujo es bidimensional, con la inclusión de la velocidad no axial dependiente de la mitad del ángulo del cono de divergencia, a . El factor de corrección para un flujo no axial es dado por:

$$| = \frac{1}{2} (| + \cos a)$$

Esta pérdida generalmente es bastante pequeña, con valores típicos siendo $| = 0,99$ para un medio ángulo de 12° y $| = 0,97$ para un medio ángulo de 20° .

El factor de corrección de descarga es utilizado para expresar que tan bien el diseño de la tobera permite al caudal de flujo de masa pasar a través de la garganta aproximando al caudal teórico, y está dado por la relación de caudal de flujo de masa entregado con el caudal de flujo de masa ideal.

$$\zeta_d = \frac{\bar{\dot{m}}^*}{\dot{m}^*}$$

El parámetro de diseño más importante que determina el factor de descarga es el contorno en la región de entrada a la garganta. Un contorno bien redondeado tiende a maximizar el caudal de flujo. Para los propelentes que tienen una fracción significativa de partículas en el escape, un buen contorno minimiza la aceleración del flujo en la entrada, minimizando la pérdida de flujo bifásico asociada con el retraso de velocidad de las partículas.

Ciertos factores tienden a incrementar el caudal de flujo de masa real en comparación con el caudal de flujo de masa idealizado. Estos factores incluyen:

- Transferencia de calor del fluido a las paredes de la tobera, tendiendo a disminuir la temperatura de flujo, incrementando la densidad.
- La relación de calor específico y otras propiedades de los gases cambian a través de la tobera de tal manera que incremental el factor descarga.

Consecuentemente, para un motor cohete que no tiene productos en fase condensada en el escape, el factor de corrección de descarga puede estar cercano a la unidad. Sin embargo, para un motor cohete que utiliza un propelente con una gran fracción de productos en fase condensada (como el KN-Azúcar), las pérdidas pueden ser bastante significativas, aun con un buen contorno de entrada a la tobera. El valor del factor de corrección de descarga sería típicamente $V_d = 0,90$ para este propelente con una tobera bien diseñada con superficies suaves y pérdida de calor mínima.

Correcciones para el Impulso Especifico

El Impulso Especifico Ideal debe ser corregido para obtener el Impulso Especifico Entregado de un motor cohete real, aplicando los factores de corrección explicados a continuación:

$$\bar{I}_{sp} = \eta^* \zeta_p \zeta_d \lambda I_{sp}$$

Como ejemplo, el motor cohete Kappa-DX, utilizando un propelente KN/Dextrosa, tiene los siguientes factores de corrección:

Factor de corrección de eficiencia de combustión	$h^* = 0.98$
Factor de corrección de presión de cámara	$V_p = 0.95$ (estimado)
Factor de corrección de descarga en tobera	$V_d = 0.91$ (estimado)
Factor de corrección de divergencia de tobera	$\lambda = 0.99$

Como el Impulso Especifico Ideal es $I_{sp} = 164$ seg. (@1000 psi), el Impulso Especifico Entregado esta dado por:

$$I_{sp} = (0.98) (0.95) (0.91) (0.99) 164 = 138 \text{ sec.}$$

GUIPEP

Introducción

Este capítulo intenta servir como una introducción al programa GUIPEP, que es básicamente el programa PROPEP con una interfaz gráfica (GUI) agregándole una mayor simplicidad de uso al programa. Este altamente útil programa termo químico permite al usuario evaluar el rendimiento teórico de un propelente sólido (o líquido). Como tal, es particularmente útil para verificar la viabilidad de posibles formulaciones propelentes. Así también, permite al usuario determinar rápidamente las relaciones de ingredientes más efectivas para lograr el rendimiento deseado, desde una perspectiva teórica.

GUIPEP es principalmente un revolovedor de equilibrios químicos, o sea, balancea las ecuaciones químicas relacionadas con los reactivos y productos del propelente por un método como “minimización de energía libre de Gibbs”. Los ingredientes (reactivos) definiendo el propelente, son transformados adiabáticamente e irreversiblemente a reacciones producto constituyentes en los montos fijados por las relaciones de equilibrio, presión de cámara, y balance de masas una temperatura de reacción fijada por la energía disponible de la reacción. El conjunto resultante de productos provee las bases para el cálculo de las propiedades termodinámicas por las cuales son determinados los parámetros de rendimiento mediante un proceso iterativo cambiando las propiedades y composición del producto.

La entrada es simplemente una lista de los ingredientes del propelente (y la masa de cada uno), así como la presión de cámara y la presión de salida en tobera. La salida incluye la temperatura de combustión, el exponente isentrópico, el peso molecular de los productos, la temperatura y composición del escape, el impulso específico, y la relación de compresión ideal.

Nótese que los parámetros de velocidad de quemado no son evaluados, esto es porque la velocidad de combustión es un fenómeno complejo que involucra otros procesos físicos además de la combustión, como la transferencia de calor y masa en la llama de la reacción y la superficie del propelente ardiendo.

Otro programa termo químico similar es CET (Chemical Equilibrium with Transport Properties, NASA TM4557), pero por lo que tengo entendido, no existe una interfaz gráfica para este programa. Por lo tanto es complicado de utilizar. Las predicciones son casi idénticas a las generadas por GUIPEP, basado en mi limitada experiencia utilizando este programa.

Asunciones de Análisis

Las asunciones básicas empleadas por este programa son muy similares a las descritas en el capítulo de “Asunciones Básicas”

- Flujo unidimensional con respecto a las ecuaciones de continuidad, energía y momento.
- Velocidad de flujo cero en la entrada a la tobera.
- Combustión completa y adiabática.
- expansión isentrópica en la tobera.
- Mezclado homogéneo de los reactivos y productos.
- Se aplica la ley de los gases ideales.
- Retrasos térmico y de velocidad nulos para los productos de fase condensada.

Utilizando GUIPEP

GUIPEP es muy fácil de utilizar. Hasta 10 ingredientes del propelente son elegidos de las cajas desplegadas, y la masa en gramos es ingresada. La masa total no necesita sumar 100 gramos, pero esta es la forma más conveniente de ingresar los datos, porque de esta manera la masa representa los porcentajes de los componentes.

Para eliminar cualquier ingrediente no deseado se ingresa 0 como su masa.

Luego se ingresa un título para la simulación, de hasta 10 caracteres de largo.

Las Condiciones de Operación son dejadas en sus valores por defecto generalmente, al menos que exista alguna razón en específico para modificarlas:

Temperatura de los ingredientes = 298 K (25°C)

Presión de cámara = 1000 psi

Que es la presión de referencia a la que se toma el Isp.

Presión de escape = 14,7 psi

Que es una atmósfera, la condición de expansión ideal al nivel del mar

En cuanto a las opciones, ninguna necesita ser seleccionada para una evaluación básica del propelente. Sin embargo, si esta siendo estudiado el diseño de la tobera, seleccione la caja “Boost Velocities and Nozzle Design”.

El paso final es correr el programa presionando “Run” y entonces “Single Run”. Entonces una ventana DOS aparecerá para permitir la ejecución el programa, que es iniciada presionando la tecla Enter. Entonces aparecerá el Notepad, en el que se mostrara la salida resultante.

A continuación puede verse una captura de la pantalla del GUIPEP con datos de entrada de ejemplo.

Ingredients:

Description:	Weight (gm)
POTASSIUM NITRATE	65
DEXTROSE (GLUCOSE)	34
IRON OXIDE	1
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0

Total weight (grams): 100.00

Title: KN-DX-IO

Operating Conditions:

Temp. of Ingredients (K): 298
 Chamber pressure (PSI): 1000
 Exhaust pressure (PSI): 14.7

Options:

- Delete exit calculations
- Include ionic species in calculations
- Boost velocities and nozzle design
- Pressures in atmospheres
- More species precision
- List combustion species considered
- Fix chamber temperature

Salida del GUIPEP

La porción inicial de la salida es básicamente un eco de la entrada completa como puede apreciarse a continuación

```

File Edit Search Help
■■ KN-DX-IO          Run using June 1988 Version of PEP,
Case 1 of 1        11 Aug 2001 at 9:14:10.68 pm

CODE              WEIGHT   D-H   DENS   COMPOSITION
821 POTASSIUM NITRATE    65.000 -1169 0.07670 1N 30 1K
1093 DEXTROSE (GLUCOSE) 34.000 -1689 0.05670 6C 12H 6O
541 IRON OXIDE          1.000 -1230 0.18400 3O 2FE

THE PROPELLANT DENSITY IS 0.06884 LB/CU-IN OR 1.9056 GM/CC
THE TOTAL PROPELLANT WEIGHT IS 100.0000 GRAMS

NUMBER OF GRAM ATOMS OF EACH ELEMENT PRESENT IN INGREDIENTS

2.264628 H      1.132314 C      0.642877 N      3.079730 O
0.642877 K      0.012523 FE
    
```

Algunos de los datos de entrada son automáticamente obtenidos del archivo pepcoded.daf, que es un archivo de texto que contiene los siguientes datos de los ingredientes:

- Nombre
- Fórmula química
- “Calor de formación” (Que realmente es el delta entalpía de formación), en calorías/gramo
- Densidad de masa, en libras/pulgada cúbica

Estos datos se reflejan en la entrada anterior, donde D-H es el “delta calor de formación”, DENS es la densidad del constituyente, y COMPOSITION es la formula química. La densidad ideal del propelente resultante también es dada, y es calculada de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\rho_p = \frac{1}{\frac{f_a}{\rho_a} + \frac{f_b}{\rho_b} + \frac{f_c}{\rho_c} + \dots}$$

Como es detallado en el capítulo “teoría el grano propelente”.

Por ejemplo, $DENS = 1/(0.65/0.0767 + 0.34/0.0567 + 0.01/0.184) = 0.06884 \text{ lb. /in}^3$.

El número de gramos-átomos de cada elemento presente en los ingredientes es listado. Básicamente, esto indica cuantos átomos relativos de cada elemento están presentes en el caldero de ingredientes que son combinados para formar los productos de la combustión. Aunque esta es información clave para el programa, para el usuario no tiene ningún interés en particular. Como referencia, esto es calculado como la relación masa/peso molecular para un ingrediente en particular multiplicado por el numero de moles de un elemento particular, sumados para cada ingrediente.

A siguiente porción de la salida presenta las condiciones de la cámara de combustión, como puede verse a continuación:

```
*****CHAMBER RESULTS FOLLOW*****
T(K) T(F) P(ATM) P(PST) ENTHALPY ENTROPY CP/CV GAS RT/U
1733. 2659. 68.02 1000.00 -134.64 163.44 1.1280 2.297 29.614

SPECIFIC HEAT (MOLAR) OF GAS AND TOTAL= 10.801 15.381
NUMBER MOLS GAS AND CONDENSED= 2.2970 0.3179

0.87508 H2O 0.41818 CO2 0.40865 CO 0.32138 N2
0.30541 K2CO3* 0.24164 H2 0.03037 KHO 0.01242 FeO*
1.30E-03 K 1.70E-04 K2H2O2 8.55E-05 FeH2O2 6.85E-05 NH3
1.80E-05 H 1.05E-05 KH 4.87E-06 KCN 3.75E-06 HO
2.13E-06 CH2O 2.12E-06 CH4 1.63E-06 CNH

THE MOLECULAR WEIGHT OF THE MIXTURE IS 38.243
```

La primera columna indica la temperatura de combustión (en grados Kelvin y F), la presión de cámara como fue especificada, la entalpía total de la mezcla (Kcal. /masa del sistema), entropía total del sistema (cal/K/masa del sistema), CP/CV, que es la relación de calores específicos, GAS (numero de moles de gas en la mezcla), y RT/V (un factor de conversión que normalmente no es utilizado).

Nótese que la masa del sistema en este ejemplo es 100 gramos.

Los únicos parámetros importantes aquí son:

- **Temperatura de combustión** – también llamada Temperatura de llama adiabática, y determinada por el método descrito en el capítulo “teoría de la combustión”.

Generalmente, cuanto mas alta la temperatura, mayor es el impulso específico. Dos factores del “mundo real” a considerar. Mayores temperaturas requieren materiales mas robustos en encapsulado y tobera, aislamiento o coberturas ablativas. Nótese que la presión de cámara es la temperatura de estagnación que la tobera “vera” y para la que debe estar diseñada. Temperaturas de combustión bajas, como las predichas por este programa, pueden no ser auto mantenidas en la realidad. Por ejemplo, una formulación con una temperatura de cámara predicha de 1000 K probablemente nunca entrara en combustión.

- **CP/CV** – La relación de calores específicos, k , para la mezcla en condiciones de cámara de combustión, este es el valor correcto a utilizar al calcular la velocidad característica (c^*) y la presión de cámara, como se describió en el anterior capítulo. El valor de CP/CV es calculado de las siguientes ecuaciones:

$$k = \frac{Cp_{mix}}{Cp_{mix} - R}, \quad \text{Donde} \quad Cp_{mix} = \frac{1}{n} \sum_i (n_i Cp_i + n_s C_s) \quad \text{Ecuaciones 2 y 3}$$

Con los detalles de notación y uso de las ecuaciones provistos en la pagina Web “Notas técnicas” (Technical Notepad).

- **GAS** – El numero de moles de productos de la combustión gaseosos en la mezcla producto (que también puede contener fase condensada). Este valor es utilizado para calcular el Peso Molecular efectivo, M , de la mezcla producto, que es dado por dividir el numero de moles de gas en la masa del sistema. Para este ejemplo, $M = 100 / 2,297 = 43,54 \text{ g/mol}$. Este es el valor del peso molecular apropiado para utilizar en las ecuaciones dinámicas de gases descritas en los anteriores capítulos.

Las siguientes dos líneas proveen los valores de calor específico molar de los productos gaseosos y de la mezcla, (cal/mol/K), y son provistos solo como referencia.

La siguiente línea provee los valores para el número de moles de gas (repetido) y el número de moles de productos en fase condensada, que pueden ser sólidos o líquidos. Esta es información de interés, porque provee la relación (molar) de gas/productos en fase condensada.

Las siguientes líneas de salida tabulan el número de moles de cada producto constituyente de la combustión. Los nombres de producto seguidos de un * están en estado liquido, mientras que & designa el estado sólido, todos los demás están en estado gaseoso. Estos datos permiten al usuario calcular la fracción de masa en fase condensada, que esta dada por la masa de todos los fase condensada dividido por la masa del sistema, y donde la masa de cualquier constituyente esta dada por el numero de moles multiplicado por el peso molecular del constituyente.

Por ejemplo, fracción de masa en estado condensado = $[(0.30541) 138.2 + 0.01242 (71.9)]/100 = 0.422$

Muchos de los productos de la combustión están en pequeños montos, y juegan un rol despreciable en el proceso completo. Del ejemplo anterior, los únicos productos significativos son H₂O, K₂CO₃, CO₂, H₂, CO, N₂ y tal vez KOH y FeO.

Para un mejor rendimiento, productos de un bajo peso molecular son deseables, de tal forma que se minimice el peso molecular efectivo de la mezcla. Productos de bajo peso molecular en el ejemplo anterior serían H₂O, H, H₂, CH₄, CO, NH₃ y OH.

La siguiente línea en la porción superior de la salida da el peso molecular de la mezcla (a veces denotado como MW), que esta dado por la suma de la fracción de moles, para cada constituyente, multiplicada por su peso molecular, como se muestra a continuación:

$$M_{mix} = \sum_i f_{mi} M_i$$

Este valor de peso molecular debe ser desechado por no tener propósito con respecto al rendimiento del cohete.

La siguiente porción de la salida presenta las condiciones de escape en tobera, como se muestra a continuación:

```
*****EXHAUST RESULTS FOLLOW*****
T(K) T(F) P(ATM) P(PSI) ENTHALPY ENTROPY CP/CV GAS RT/U
1169. 1646. 1.00 14.70 -161.60 163.44 1.1325 2.266 0.441

SPECIFIC HEAT (MOLAR) OF GAS AND TOTAL= 9.969 14.803
NUMBER MOLS GAS AND CONDENSED= 2.2656 0.3334

0.77686 H2O 0.51521 CO2 0.35490 H2 0.32141 N2
0.32090 K2CO3& 0.29614 CO 0.01250 FeO& 0.00101 KHO
4.62E-05 K 1.17E-05 NH3 2.42E-06 CH4 1.75E-06 K2H2O2

THE MOLECULAR WEIGHT OF THE MIXTURE IS 38.475
```

El formato de estos resultados es idéntico al de los resultados de cámara. Los valores representan las condiciones en el plano de salida de la tobera.



Vale aclarar los siguientes puntos:

- La temperatura de los productos de combustión ha caído significativamente, porque la energía térmica ha sido convertida a energía cinética. La temperatura de salida puede ser calculada utilizando la ecuación 4 del capítulo “teoría de toberas”.

$$T_e = \frac{T_0}{1 + \frac{k-1}{2} M_e^2} \quad \text{Donde} \quad M_e = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left[\left(\frac{P_0}{P_e} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}$$

Ecuaciones 5 y 6

Donde T_0 es la temperatura de cámara, P_0/P_e es la relación de presión cámara/salida, M_e es el número de mach del flujo a la salida, y k es el CP/CV para condiciones de escape. Nótese que el valor dado en la salida es para condiciones de equilibrio cambiante lo que es explicado a continuación.

- La presión de cámara ha caído a una atmósfera, la condición de diseño.
- Tanto CP/CV y el numero de moles de gas han cambiado levemente, reflejando la composición y temperatura cambiante del escape mientras fluye por la tobera.
- Similarmente, los calores específicos y el número de moles de partículas condensadas ha cambiado de los de las condiciones de cámara.
- La composición de los productos ha cambiado en una forma interesante. Nótese que hay menos constituyentes despreciables. Esto es porque la temperatura es menor y ocurre una menor disociación (rotura en moléculas simples) de los compuestos mayores. también nótese que los productos líquidos han pasado a estado sólido.

La siguiente porción de la salida presenta el Rendimiento de un motor cohete equipado con un propelente y tobera como fueron especificados:

```
*****PERFORMANCE: FROZEN ON FIRST LINE, SHIFTING ON SECOND LINE*****
IMPULSE  IS EX      T*      P*      C*      ISP*  OPT-EX  D-ISP      A*M  EX-T
 151.6   1.1326  1625.   39.31  2967.9   10.22  288.9   0.09227  1057.
 153.2   1.1058  1647.   39.63  3025.2  114.3   10.82  291.9   0.09405  1169.
```

El rendimiento es dado tanto para condiciones de equilibrio cambiantes o estables.

¿Qué significan esos términos? Equilibrio estable significa que la composición química del escape no cambia mientras fluye por la tobera (la composición de los productos es establecida en la cámara de combustión). Equilibrio cambiante asume que un equilibrio químico instantáneo es establecido mientras el gas se expande a través de la tobera, “cambiando” la composición continuamente.

¿Por qué se proveen ambos resultados? Porque del muy corto tiempo de residencia en la tobera, no es seguro si existe el tiempo suficiente para que las reacciones químicas realmente ocurran como fue predicho por el modelo de equilibrio cambiante. La geometría también juega su rol, toberas mayores otorgan mayor tiempo de residencia.

¿Qué resultados deben utilizarse? Para motores amateur donde las toberas son muy pequeñas con comparación con los grandes cohetes profesionales, yo considero que el modelo de flujo estable es más realista. Para la tobera del motor cohete Kappa, he calculado que la duración del paso del flujo por la tobera es de 430 microsegundos.

En la porción de rendimiento de la salida, la primer columna representa el Impulso Especifico ideal (IMPULSE), exponente isentrópico (IS EX), temperatura de flujo en la garganta (T*) y presión en la garganta (P*), velocidad característica (C*), impulso vacío (ISP*), relación de expansión optima (OPT-EX), densidad Isp (D-ISP), caudal de flujo de garganta área-a-masa (A*M), y temperatura de plano de salida (EXT-T).

Lo siguiente es una breve explicación de cada uno de los resultados:

- Impulso Especifico Ideal, es la clave para medir el potencial de rendimiento y se puede considerar relacionado al empuje producido por unidad de masa del propelente (o sea 1 lb. o Kg.) de propelente por el periodo de tiempo de un segundo. El Impulso Especifico ideal puede ser determinado de la ecuación 7 del capítulo de Impulso y C*.

$$I_{sp} = \frac{1}{g} \sqrt{2 T_o \left(\frac{R'}{M} \right) \left(\frac{k}{k-1} \right) \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_o} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

Donde k es tomado como el promedio de CP/CV para condiciones de cámara y escape, y M como el promedio de peso molecular efectivo para condiciones de cámara y escape.

- El **exponente isentrópico** es el mismo que k o CP/CV para un gas perfecto tal como $PV^k = \text{constante}$ (P = presión, V = volumen). Como el gas no es perfecto, los valores de IS EX y CP/CV no concuerdan.
- **T*** y **P*** son los llamados valores críticos de la temperatura y presión de flujo donde la velocidad de flujo es de mach uno, o sea, en la garganta. Estos pueden calcularse de las ecuaciones 4 y 6 del capítulo “teoría de Toberas”. Las unidades son Kelvin y atmósferas respectivamente.

$$T^* = \frac{T_o}{1 + \frac{k-1}{2}} \quad \text{Y} \quad P^* = \frac{P_o}{\left(1 + \frac{k-1}{2} \right)^{\frac{k}{k-1}}}$$

- **C*** es la velocidad de escape característica, en unidades pies/segundo. Este parámetro puede ser considerado ser una figura de merito termodinámico para un propelente en particular y esta dada por la ecuación 3 del capítulo “Impulso y C*”.

$$c^* = \sqrt{\frac{R' M T_o}{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}}$$

- **ISP*** es el impulso vacío que sería obtenido por una tobera sónica en un trabajo de motor tomando aire, y por lo tanto puede ser ignorado.
- **OPT-EX**, la relación de expansión Óptima (A_e/A_t) es un importante parámetro en el diseño de toberas. Este valor define la relación entre el área de salida y la garganta de la tobera, y como tal, los tamaños del diámetro de salida del cono divergente, donde $D_e = D_t \sqrt{A_e/A_t}$. Esta relación puede ser determinada de la ecuación 14 del capítulo “teoría de Toberas”.

$$\frac{A_e}{A^*} = \frac{1}{\left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{P_e}{P_o}\right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\left(\frac{k+1}{k-1}\right) \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_o}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}}$$

Donde k es el valor de CP/CV para condiciones de escape.

- **D-ISP**, la Densidad del Impulso Específico, es un parámetro interesante. Está definido como el producto del impulso específico y la gravedad específica del propelente, o $I_d = I_{sp} \cdot d_p$ (la gravedad específica es numéricamente igual a la densidad en gramos/cc). Un alto valor de la densidad de I_{sp} sería importante para diseños de motor compactos, donde se prioriza el volumen.
- **A*M** (“A estrella M”) es la relación del área de garganta de la tobera con el caudal de flujo de masa expresado como $\text{in}^2 - \text{seg./lb}$. Realmente no tengo idea para que es utilizado esto.
- **EX – T**, es la temperatura del plano de salida de la tobera en Kelvin y puede ser determinada mediante la ecuación 5 mostrada anteriormente, o sea

$$T_e = \frac{T_o}{1 + \frac{k-1}{2} M_e^2}$$

Comparación de Ecuaciones de Rendimiento con GUIPEP

La siguiente tabla muestra una interesante comparación entre los resultados presentados por GUIPEP y los mismos resultados calculados utilizando las ecuaciones de rendimiento presentadas anteriormente, que son consideradas “aproximadas”. Igualmente los resultados son muy similares.

Parameter		Eqn.	Calculated	GUIPEP
Characteristic velocity	c^*	10	2966	2968
Specific Impulse	I_{sp}	7	151.1	151.6
Opt. Expansion ratio	A_e/A_t	11	10.22	10.22
Critical temperature	T^*	8	1629	1625
Critical pressure	P^*	9	39.38	39.31
Exit plane temperature	T_e	5	1058	1057

Limitaciones de GUIPEP

En algún grado, la precisión de los resultados es dependiente del archivo JANNAF.DAT que contiene información del calor de formación de los elementos utilizada por el programa. La lista de elementos esta limitada, y para combinaciones de propelentes inusuales, los productos reales de la reacción pueden no estar presentados en la lista. El resultado es una falla del programa o resultados incorrectos. Un buen ejemplo es el propelente zinc-azufre, para el cual GUIPEP no provee ninguna solución. La razón es que el producto principal de la combustión, sulfito de zinc, no esta presente en la lista de elementos de reacción.

Como fue mencionado en la introducción, la velocidad de quemado no es calculada por GUIPEP, tampoco se provee ninguna indicación sobre si un propelente se auto iniciara. Aunque es obvio que esta clase de información esta más allá del alcance o meta de GUIPEP, este hecho debe ser tenido en cuenta al evaluar un propelente. Un buen ejemplo son los propelentes basados en nitrato de amonio (AN). Aunque GUIPEP típicamente presenta excelentes números de rendimiento, en realidad la velocidad de quemado es generalmente tan baja que el propelente se auto extinguirá. También, la adición de metales tales como el aluminio tiende a incrementar el rendimiento significativamente para muchos propelentes, de acuerdo con GUIPEP. Este usualmente no es el caso en la realidad, donde una gran cantidad del metal no es quemado a no ser que la temperatura de reacción del propelente sea muy alta y la partícula de metal muy pequeña. Limitaciones físicas también pueden rechazar un potencialmente prometedor propelente. La carga de altos sólidos se predice mejora el rendimiento, pero en la práctica, generalmente es difícil de lograr debido a limitaciones de adhesión.

Otra limitación, tiene que ver con la predicción del rendimiento de propelentes con un significativo porcentaje de partículas en fase condensada en el escape (flujo bifásico). El valor de CP/CV y el exponente isentrópico son calculados para una mezcla de partículas-

gas, como se muestra en la Ecuación 1 del capítulo de “Flujo bifásico”. Pero, para el flujo a través de la tobera, un exponente isentrópico modificado debe ser utilizado, como es dado por la Ecuación 2 del mismo capítulo. Para propelentes con una fracción en fase condensada mínima (digamos menor al 10%), los efectos son desechables. Pero para un propelente como el KN-Azúcar, donde la fracción en fase condensada es muy alta (44%), el efecto neto es más significativo. Como ejemplo, el valor de cámara del exponente isentrópico como es calculado por la Ecuación 2 es $k = 1,04$, mientras que el valor dado por la Ecuación 1 y GUIPEP es de $k = 1,13$. La diferencia en el Impulso Especifico Ideal es $I_{sp} = 166$ seg. versus $I_{sp} = 153$ seg. respectivamente.