

UNIDAD DE FLUIDOS GUIA PARA EL PROFESOR

DINAMICA DE LOS FLUIDOS

La dinámica de los fluidos es el estudio de un fluido en movimiento y de las fuerzas que lo producen.

Una de las formas de describir el movimiento de un fluido fue desarrollado por Lagrange (1707 - 1813) y es una generalización directa de los conceptos de la mecánica de las partículas, pero algo complicado

Otra forma más conveniente de analizar el movimiento de los fluidos fue desarrollada por Leonard Euler (1707-1813), en él se especifica la densidad y velocidad del fluido en cada punto del espacio y en cada instante.

CLASIFICACION DE LOS FLUJOS

Al movimiento de un fluido se le llama flujo.

Los flujos pueden clasificarse de diversas formas, una de ellas es:

a) viscoso y no viscoso b) laminar y turbulento c) permanente y no permanente
d) incompresible y compresible e) irrotacional y rotacional f) unidimensional

- **Flujo viscoso:** es aquel en el cual los efectos viscosos, es decir, el rozamiento, son importantes.
- **Flujo laminar:** el fluido se mueve en láminas o capas paralelas.
- **Flujo turbulento:** las partículas fluidas se mueven siguiendo trayectorias muy irregulares.
- **Flujo permanente:** las propiedades y características del flujo son independientes del tiempo. Esto significa que no hay cambios en las propiedades y características del flujo en un punto al transcurrir el tiempo, pero si puede haber cambio de un punto a otro del espacio.
- **Flujo incompresible :** son aquellos flujos en los cuales las variaciones de la densidad son pequeñas y pueden despreciarse, luego la densidad es constante.
- **Flujo irrotacional :** es aquel flujo en el cual un elemento de fluido en cada punto del espacio no tiene velocidad angular respecto de ese punto.
- **Flujo unidimensional :** es aquel en el cual pueden despreciarse las variaciones de las propiedades del flujo en dirección perpendicular a la dirección principal del flujo; otra forma de definirlo es la siguiente: todas las propiedades y características del flujo depende de sólo una variable espacial.

De acuerdo a la clasificación anterior, un flujo puede ser por ejemplo: no viscoso permanente, incompresible; viscoso laminar.

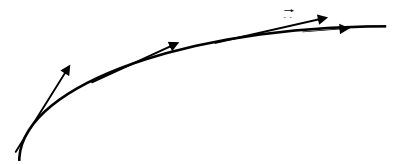
FLUIDO IDEAL

El concepto de fluido ideal es útil en el estudio de la dinámica de fluidos. Se trata de un fluido imaginario que no ofrece resistencia al desplazamiento (no viscoso), es permanente, irrotacional, no se comprime y es unidimensional.

Definiremos a continuación los conceptos de línea de corriente y tubo de corriente o vena líquida.

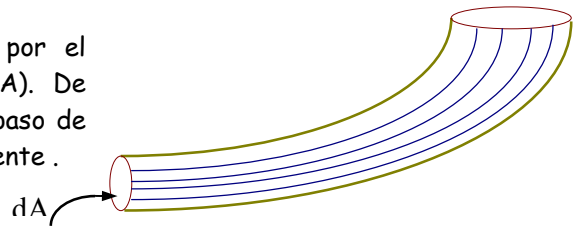
LINEA DE CORRIENTE

Un flujo se representa comúnmente en forma gráfica mediante líneas de corriente, a la trayectoria seguida por una partícula de un líquido en movimiento se le llama **línea de corriente**, estas son curvas tales que la velocidad es tangente a ella en cada punto.



TUBO DE CORRIENTE

Es un conjunto de líneas de corriente que pasan por el contorno de un área pequeñísima (infinitesimal dA). De acuerdo a la definición de línea de corriente no hay paso de flujo a través de la superficie lateral del tubo de corriente.



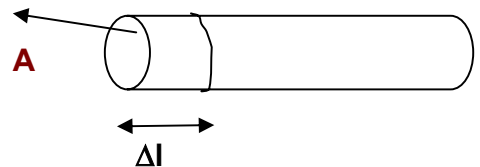
CAUDAL

Se define como caudal volumétrico (Q) al cociente entre el volumen (V) que pasa por una determinada sección o área y el tiempo (t) que demora en pasar ese volumen.

Así por ejemplo si 20 litros de un líquido atraviesan una sección en 4s, entonces el caudal es de:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{20}{4} \rightarrow Q = 5 \text{ l/s} \rightarrow Q = 5000 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

Suponiendo que la velocidad es la misma para todos los puntos de la sección, el caudal se puede relacionar con ella como se verá a continuación.



Si v es la velocidad con que el líquido atraviesa la sección A , la distancia Δl que recorre en un intervalo de tiempo Δt es una distancia $\Delta l = v \cdot \Delta t$

El volumen lo podemos expresar como el de un cilindro de base A y altura Δl , luego el caudal será:

$$Q = \frac{A \cdot \Delta L}{\Delta t} = \frac{A \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t} \Rightarrow Q = A \cdot v$$

El caudal de líquido que atraviesa la sección A en un tiempo Δt puede ser expresado como el producto entre la velocidad (rapidez V) por la sección o área A que atraviesa.

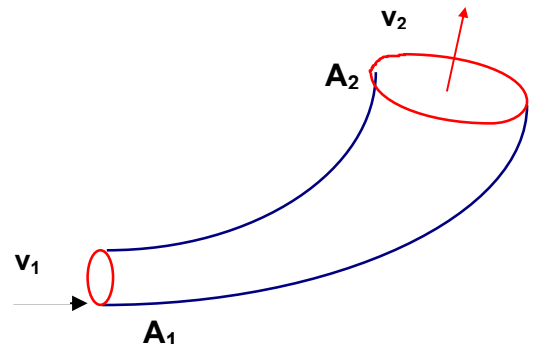
La forma que toma el principio de conservación de la masa en un fluido en movimiento en régimen permanente, unidimensional, incompresible, irrotacional y no viscoso, es decir, de un fluido ideal, es la **Ecuación de Continuidad**.

ECUACION DE CONTINUIDAD

Como no puede haber paso de fluido a través del tubo de corriente y además si no hay fuentes ni sumideros dentro del tubo, el caudal volumétrico (Q) a la entrada y salida del tubo es el mismo, luego se tiene que:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

El producto $A v$ es constante



Esto significa que para un caudal determinado, la rapidez con que se desplaza el líquido es mayor en las secciones más pequeñas. Sección y velocidad son inversamente proporcionales.

De acuerdo con la ecuación de continuidad para flujo incompresible

$$Q_{\text{entrante}} = Q_{\text{saliente}}$$

De un modo similar se puede establecer que la masa que pasa por unidad de tiempo debe permanecer constante. Esto se conoce como caudal másico ($Q_{\text{másico}} = \frac{M}{t}$)

ECUACION DE BERNOULLI PARA FLUIDO IDEAL

La ecuación de Bernoulli es una ecuación fundamental de la dinámica de los fluidos ideales y es una forma de la conservación de la energía mecánica aplicada a la circulación de un líquido ideal en estado estacionario o permanente; fue deducida por Daniel Bernoulli en 1738. Varios son los problemas prácticos que pueden ser analizados y resueltos como por ejemplo el cálculo de la altura efectiva, el problema de cavitación, el cálculo de tuberías de oleoductos, de agua, de refrigeración, de aire acondicionado, el estudio de la circulación sanguínea.

Para determinar su expresión, consideremos un flujo no viscoso, permanente e incompresible de un fluido que circula por una tubería o un tubo de corriente como se muestra en la figura a).

Fijaremos la atención no sólo en la masa de fluido que está dentro del tubo limitada por las secciones transversales A_1 y A_2 , sino que también en la masa de fluido Δm que está a punto de entrar al tubo a través de A_1 ; al conjunto se le llamará "sistema".

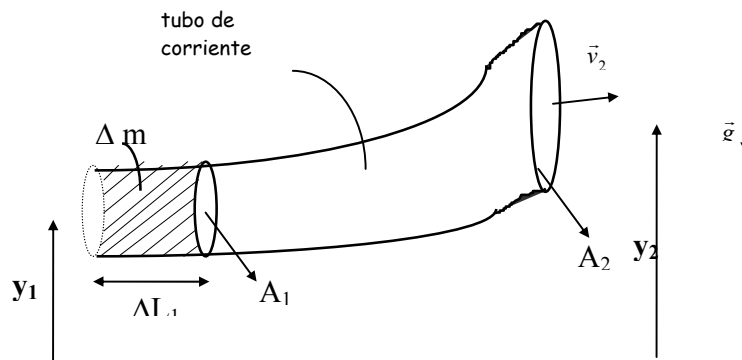


Fig. a

En un intervalo Δt ha salido del tubo una masa Δm pues el flujo másico es constante y el sistema toma la forma que muestra la figura b).

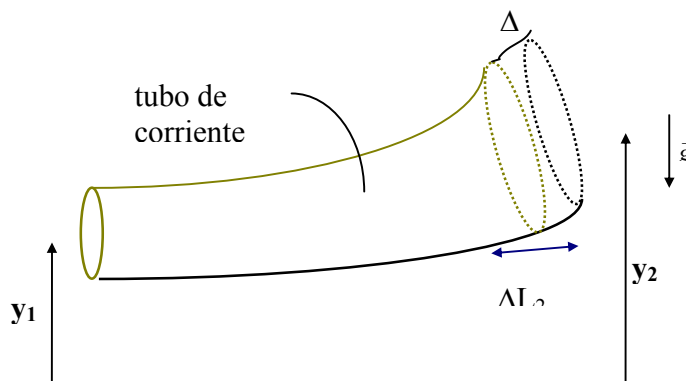


Fig. b

De acuerdo al teorema del trabajo y la energía, se sabe que el trabajo neto realizado sobre el sistema es equivalente a la variación de la energía cinética.

Para el análisis que se hace tenemos que, como el flujo no es viscoso, las únicas fuerzas que realizan trabajo sobre el sistema son el peso y las fuerzas debida a la presión que ejerce el fluido que rodea al sistema.

Llamemos W_p el trabajo neto realizado por las fuerzas de presión, entonces se tiene que:

$$W_p + W_{\text{PESO}} = \Delta K$$

Como el peso es una fuerza conservativa, $W_{\text{PESO}} = -\Delta U$ luego

$$W_p - \Delta U = \Delta K$$

$$W_p = \Delta K + \Delta U$$

$$W_p = \Delta E$$

siendo ΔE la variación de la energía mecánica del sistema en el intervalo Δt .

De las ecuaciones anteriores se tiene que:

$$W_p = \Delta E \quad (A)$$

$$W_p = E_2 - E_1$$

Deduciremos una expresión para cada término de la ecuación anterior.

Sean p_1 y v_1 la presión y rapidez respectivamente en la parte angosta del tubo y p_2 y v_2 , la presión y rapidez respectivamente en la parte ancha del tubo.

La energía mecánica E_1 del sistema al comenzar el intervalo Δt es (ver figura a).

$$E_1 = \frac{1}{2}\Delta m v_1^2 + \Delta m g y_1 + (\text{energía mecánica dentro del tubo})$$

La energía mecánica E_2 del sistema al terminar el intervalo Δt es: (ver figura b).

$$E_2 = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 + \Delta m g y_2 + (\text{energía mecánica dentro del tubo})$$

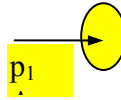
La energía mecánica dentro del tubo se conserva constante, luego:

$$\Delta E = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 + \Delta m g y_2 - (\frac{1}{2}\Delta m v_1^2 + \Delta m g y_1) \quad (B)$$

Determinemos ahora el trabajo neto W_p , que es realizado por las siguientes fuerzas:

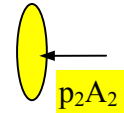
1. La **fuerza** que actúa en la misma dirección del movimiento de módulo $p_1 A_1$ que ejerce el fluido que está a la izquierda de Δm en la figura a); desplazando a Δm en una distancia Δl_1 , el trabajo realizado por esta fuerza es:

$$W_1 = p_1 A_1 \Delta l_1$$



2. La **fuerza** que actúa en dirección opuesta al movimiento de módulo $p_2 A_2$ que ejerce el fluido que está a la derecha de la sección A_2 sobre el sistema, el trabajo W_2 realizado por esta fuerza en el desplazamiento Δl_2 es:

$$W_2 = -p_2 A_2 \Delta l_2$$



El trabajo $W_p = p_1 A_1 \Delta l_1 - p_2 A_2 \Delta l_2$. En esta expresión los productos $A_1 \cdot \Delta l_1$ y $A_2 \cdot \Delta l_2$ son los volúmenes de la masa que entra y que sale del sistema en el intervalo Δt , estos volúmenes son iguales por ecuación de continuidad, luego:

$$V = A_1 \cdot \Delta l_1 = A_2 \cdot \Delta l_2 \quad \text{El volumen } V = \frac{\Delta m}{\rho} \text{ luego se tiene que}$$

$$W_p = (p_1 - p_2) \frac{\Delta m}{\rho} \quad (C)$$

reemplazando B y C en ecuación A, tenemos:

$$(p_1 - p_2) \frac{\Delta m}{\rho} = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 + \Delta m g y_2 - (\frac{1}{2}\Delta m v_1^2 + \Delta m g y_1)$$

finalmente, ordenando se obtiene la siguiente ecuación:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \quad \text{ECUACION DE BERNOULLI}$$

Esta es la **Ecuación de Bernoulli** para un flujo permanente, no viscoso, incompresible entre dos puntos cualesquiera ubicados sobre una misma línea de corriente.

Como los subíndices 1 y 2 se refieren a dos puntos cualesquiera en el tubo, puede escribirse que :

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{constante.}$$

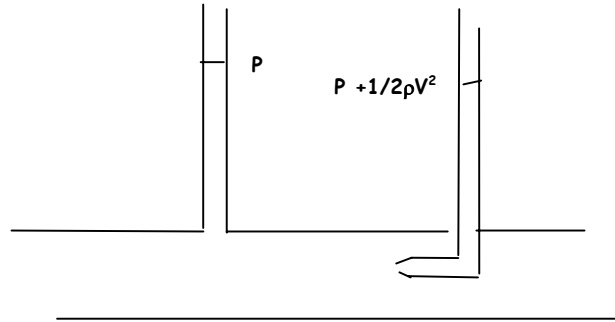
En la ecuación de Bernoulli, cada término tiene dimensión de presión

El término p corresponde a lo que se llama **presión estática**.

El término $1/2\rho v^2$ es lo que se llama **presión dinámica**.

El término ρgh corresponde a la presión debida a la columna de líquido

Si en una vena líquida (donde ρgh es nula) se inserta un tubo con un orificio paralelo a las líneas de corriente y conectado con un manómetro adecuado, se registra la presión estática, en cambio si se enfrenta contra la corriente, se registra la presión hidrodinámica (la presión total)



Es importante observar que la ecuación de Bernoulli incluye la ley fundamental de la hidrostática que se obtiene cuando $v_1 = v_2 = 0$.

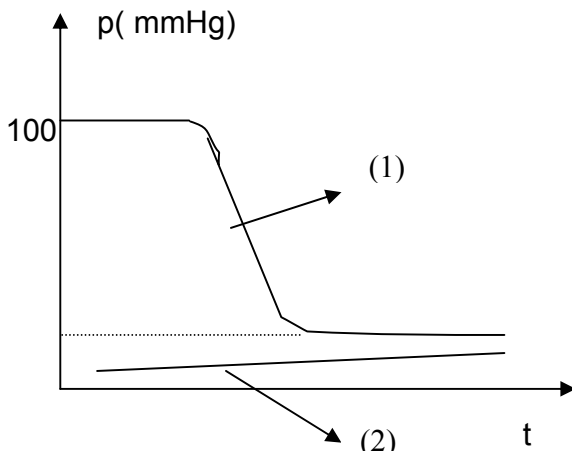
$$P_1 + \rho g y_1 = P_2 + \rho g y_2$$

que conduce a la ecuación

$$P_1 - P_2 = \rho g (y_2 - y_1)$$

Vista ya anteriormente en estática de fluidos.

PRESION ESTATICA



En el animal normal existe una diferencia notable de la presión estática entre las venas y arterias. Así por ejemplo, en un perro, la presión media que se podría medir a la altura de la aorta con un manómetro es de unos 100 mm de Hg, mientras que a nivel de las venas es casi nula.

Al producirse un paro cardíaco, se observa que la presión arterial (curva 1) cae rápidamente hasta unos 20 mm de Hg y luego sigue descendiendo en forma lenta, hasta detenerse alrededor de 10 mm de Hg y a su vez la presión venosa (curva 2) sube aproximadamente unos 5 mm de Hg. Estos valores son las presiones que las paredes de los

vasos ejercen sobre la sangre en reposo.

La presión estática está presente tanto para la sangre en reposo como también en movimiento, además de la presión dinámica. En el aparato circulatorio, para la aorta por ejemplo, la velocidad es del orden de 0,3 m/s de modo que la presión dinámica es:

$$p = \frac{1}{2} \rho_{\text{SANGRE}} v^2 = \frac{1}{2} 1,05 \times 10^3 \times 0,3^2 = 47,25 \text{ Pascal} = 0,35 \text{ mmHg}$$

Se observa que la presión dinámica es pequeña comparada con la presión estática, pero pueden ser bastante comparables cuando se somete el cuerpo a ejercicios musculares.

BERNOULLI CON PÉRDIDAS

Cuando se considera las pérdidas que sufre la energía debido al roce dentro de la tubería como también a obstáculos que pudiera haber al interior de ella como por ejemplo bifurcaciones, codos, válvulas etc. ,la ecuación anterior sufre modificaciones, es decir la energía no se conserva y la ecuación la podemos presentar como:

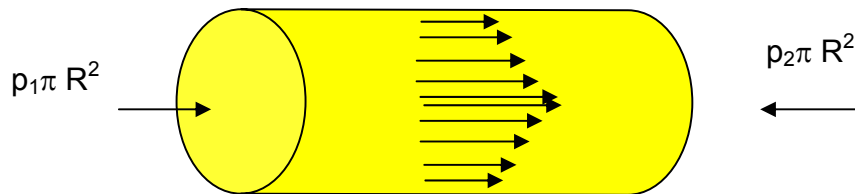
$$\frac{p_1}{\rho g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + H_{\text{perdidas}}$$

Si la tubería es horizontal y no cambia de sección, la velocidad es la misma y la ecuación toma la forma:

$$p_1 = p_2 + H_{\text{perdidas}} \quad p_1 - p_2 = H_{\text{perdidas}}$$

FLUJO DE FLUIDOS EN TUBERIAS HORIZONTALES DE DIAMETRO CONSTANTE

Si consideramos ahora el movimiento de un fluido que circula por una tubería de radio R y consideramos un largo L, se encuentra que la velocidad del fluido real en contacto con la pared de la tubería es cero, y que la parte del fluido que se mueve a lo largo del eje central alcanza una velocidad máxima V.



La figura representa el perfil parabólico de velocidades de un fluido que circula por una tubería de radio R y largo L.

Las fuerzas que actúan sobre el fluido que circula por la tubería son :

- La fuerza originada por la diferencia o caída de presión entre los extremos de la tubería de largo L, es decir:

$$p_1 A - p_2 A = (p_1 - p_2) A = (p_1 - p_2) \pi R^2$$

El fluido que entra en la tubería por la izquierda a la presión p_1 ejerce una **fuerza** p_1A hacia la derecha y el que sale de la tubería a una presión p_2 ejerce una **fuerza** p_2A hacia la izquierda sobre la porción del fluido en estudio, donde A es el área de la sección transversal de la tubería.

- Se puede llegar a deducir que la fuerza de roce viscoso F_v , que se opone al movimiento del
-
- fluido en la tubería,, viene dada por:

$$F = 4\pi\mu L v_m$$

Donde v_m es el valor medio de la rapidez y μ es la viscosidad dinámica del fluido.
Luego, para mantener un flujo con rapidez constante la fuerza neta debe ser nula, luego:

$$(p_1 - p_2) \pi R^2 = 4\pi\mu L v_m \quad (p_1 - p_2) = \frac{4\mu L v_m}{R^2}$$

ya que la única fuerza externa que actúa sobre el fluido es la fuerza neta debida a la diferencia o caída de presión en los extremos de la tubería, con p_2 menor que p_1 .

LEY DE POISEUILLE: esta ley establece la dependencia entre el caudal volumétrico Q y la diferencia de presión en una tubería y se puede demostrar que viene dada por:

$$Q = \frac{\pi R^4 (p_1 - p_2)}{8\mu L}$$

Esta ecuación es importante para entender correctamente como circula la sangre por el cuerpo.

La Ley de Poiseuille y el perfil parabólico de velocidades sólo es válido para velocidades pequeñas. En esta situación el fluido circula en forma de láminas concéntricas y el flujo recibe el nombre de **Flujo Laminar**.

A continuación se hacen algunas afirmaciones respecto de los fluidos, comente la verdad o falsedad de estas afirmaciones o explique bajo que condiciones son verdaderas:

1. La presión manométrica es siempre un número positivo.
2. La presión atmosférica normal y la presión atmosférica local significan lo mismo.
3. Un líquido hierve cuando la presión que actúa sobre su superficie libre es igual a la presión atmosférica.
4. En la ciudad de Santiago, el agua hierve a 100°C
5. La viscosidad dinámica de los fluidos es equivalente con la fuerza de Roce de los sólidos.
6. La presión atmosférica en la ciudad de Santiago oscila al rededor de los 750 mm. de Hg.

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PERFECCIONAMIENTO FUNDAMENTAL

7. Los fluidos que están en reposo tienen viscosidad nula.
8. Los fluidos son capaces de soportar esfuerzos de tracción.
9. La presión que ejerce un fluido sobre el fondo de un estanque depende de esa superficie.
10. La presión atmosférica varía linealmente con la altura.
11. La presión absoluta se mide respecto del vacío absoluto.
12. La fuerza de flotación o empuje depende del peso del cuerpo.
13. La fuerza empuje depende de la forma del cuerpo
- 14.- La fuerza empuje sólo actúa en los líquidos.
15. La fuerza de flotación es la fuerza necesaria para mantener el equilibrio de un cuerpo.
16. La fuerza de flotación o empuje que actúa sobre un cuerpo, depende del líquido donde está sumergido.
17. Un tubo piezométrico se emplea para medir presiones estáticas del líquido donde está sumergido.
18. El tubo de Pitot se emplea para medir la presión total o de estancamiento.
19. La presión dinámica se determina mediante la expresión $\frac{1}{2} \rho v^2$.
20. El tubo de Prandtl sirve para medir el caudal volumétrico.
21. El caudal volumétrico y el caudal másico significan lo mismo.
22. El tubo de Venturi mide caudal volumétrico.
23. El caudal Volumétrico se puede medir en **litros/seg, kg/seg, gr/seg, m³/seg.**
24. La ecuación de continuidad para un fluido con régimen permanente es
 $\rho Av = \text{constante}$.
25. La ecuación de Bernoulli **$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{constante}$** es válida para fluidos compresibles.

NOTA:

Estos apuntes de fluidos uno y fluidos dos fueron confeccionados con material que se encuentra en el Texto-Apuntes de Física General I para alumnos de Ingeniería de Ejecución de la cual soy coautora y apuntes elaborados para alumnas de Obstetricia de la cual soy autora.

TEXTOS DE REFERENCIA:

FÍSICA PARA CIENCIAS DE LA VIDA: autor ALAN CROMER.

FÍSICA I: autor SERWAY

FÍSICA GENERAL: autor DOUGLAS GIANCOLI