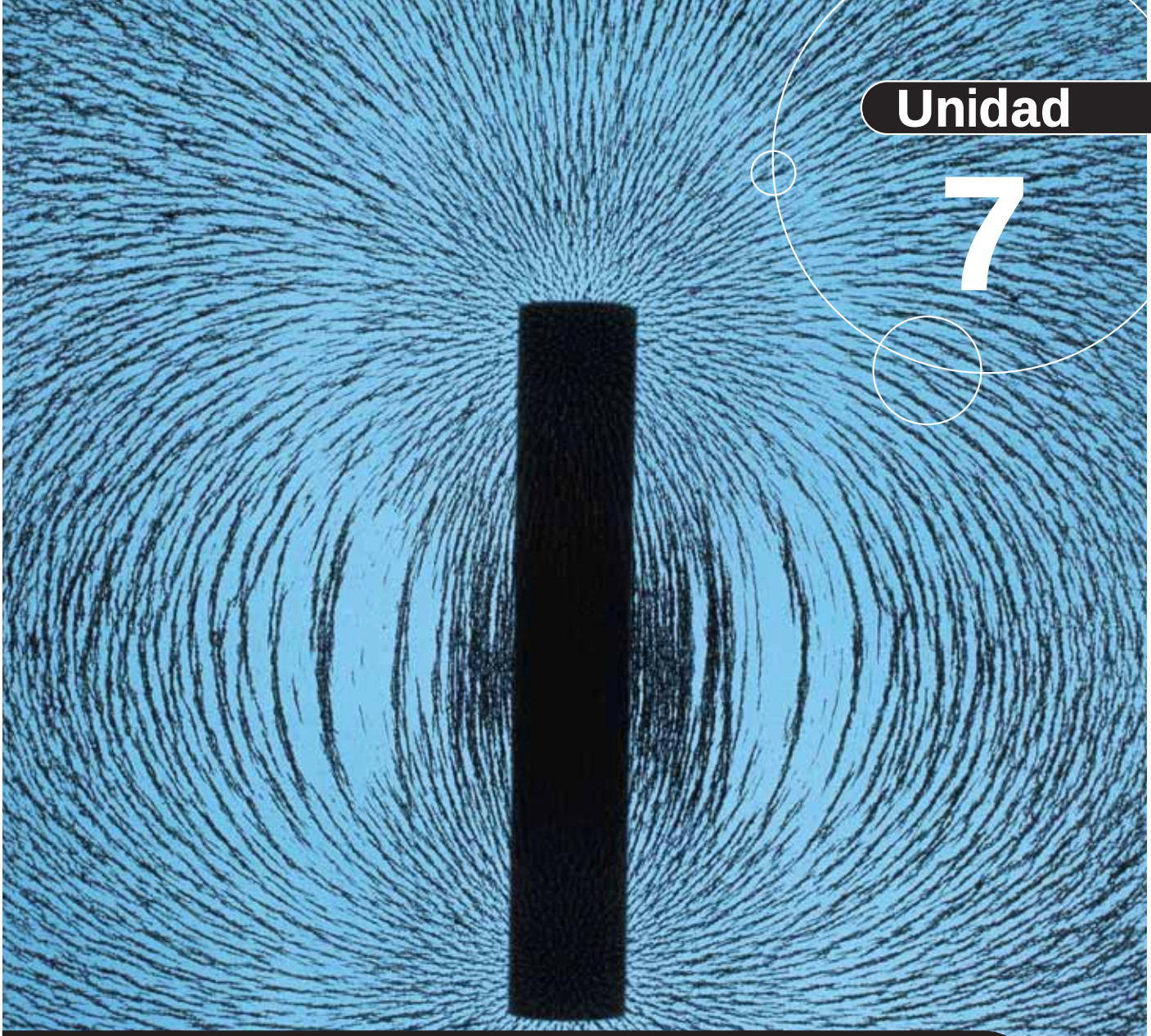


Unidad 7

Magnetismo y electricidad. Motores eléctricos

El magnetismo, aunque es un efecto espontáneo de la naturaleza (el campo magnético terrestre y la magnetita), dada su estrecha relación con la electricidad se puede reproducir y controlar de forma artificial. Esto es así hasta el punto de que los principios físicos de la naturaleza, combinados con los de la electricidad, son la base del funcionamiento de los motores eléctricos, que posibilitan la transformación de la energía eléctrica en energía mecánica y viceversa.

7.1 Magnetismo

Fig. 7.3. *El imán colocado bajo un vidrio ordena las limaduras de hierro.*

Fig. 7.1. *La magnetita es un imán natural.*

Los fenómenos magnéticos se relacionan con los imanes naturales, que son trozos de un mineral de hierro, llamado magnetita (Fe_3O_4). Estos imanes naturales (Fig. 7.1) tienen la propiedad de atraer al hierro, sobre todo en las zonas del imán llamadas polos. El imán natural, en contacto con el acero, hace que éste mantenga también las propiedades magnéticas.

Se pueden hacer las siguientes afirmaciones sobre los imanes:

a) La atracción magnética es más intensa en los extremos de la barra magnética; de hecho, en la zona central no existe atracción. Para duplicar esta atracción se puede poner la barra en forma de herradura (Fig. 7.2).

b) Si una barra magnética se parte en varios trozos, cada uno de ellos se comporta como otro imán (Fig. 7.2).

c) Al tratar de juntar dos barras magnéticas, observamos que, según la orientación con la que se acerquen sus extremos, éstos se atraen o se repelen. De aquí se puede deducir que existen polos magnéticos de diferente signo, que se conocen por norte, N, y sur, S (dado que una aguja magnética se orienta casi en la misma dirección de los polos geográficos). Se denomina *polo norte* al lado del imán que se orienta en el sentido del norte geográfico; esto quiere decir que, si polos contrarios se atraen, el norte geográfico debe ser el sur magnético.

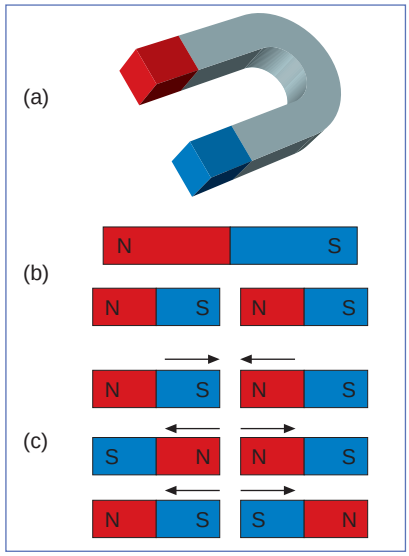


Fig. 7.2. *Hechos experimentales con imanes: a) Los extremos de una barra magnética realizan una atracción mayor; b) una barra magnética partida en trozos se comporta como un imán; c) unos extremos se atraen y otros se repelen.*

d) A partir de las afirmaciones *b* y *c,* se puede concluir que no es posible aislar un polo norte o un polo sur magnéticos.

e) Un imán ordena las limaduras de hierro colocadas sobre un vidrio fino o una lámina de plástico (Fig. 7.3).

f) Si hacemos pasar una corriente eléctrica por un conductor y ponemos el conductor cerca de un imán, éste último resulta ser desviado. La experiencia descrita se debe al físico Oersted. Como sabemos que la corriente eléctrica es debida a portadores de carga (electrones) en movimiento, se demuestra que una carga en movimiento equivale a un imán. La Figura 7.4 ilustra el experimento ideado por Oersted.

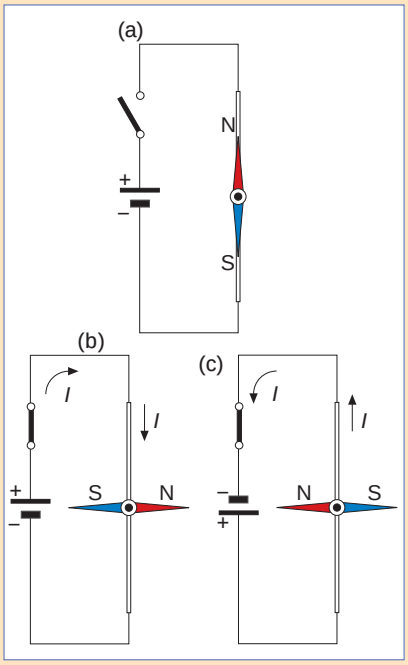


Fig. 7.4. *Experiencia de Oersted: a) Colocamos una aguja magnética paralela a un conductor sin corriente. b) Hacemos pasar corriente en un sentido, tomando la aguja una dirección perpendicular al hilo. c) Si cambiamos el sentido de la corriente, la aguja cambia su orientación, pero sigue estando perpendicular al hilo.* Nota: *si empleamos una fuente de alimentación de cc 12 V, debemos tener cuidado de no pasar del máximo de amperios indicado. Si la corriente máxima es de 2 A, colocamos como mínimo una resistencia en serie de 12/2 = 6 Ω.*

Ahora queda evaluar estos efectos con algunas expresiones matemáticas que permitan predecir el comportamiento de la interacción electromagnética.

7.2 Concepto de campo magnético. Vector inducción magnética. Fuerza sobre cargas en movimiento. Relación entre el magnetismo y la electricidad

A Concepto de campo magnético. Relación entre el magnetismo y la electricidad

En la Figura 7.3 hemos visto cómo las limaduras se ordenan según ciertas líneas; además, cuando el imán es más fuerte, las limaduras están más juntas. Esto nos indica que en torno al imán se forma lo que se conoce como **campo** (acción a distancia), que en este caso es un campo magnético cuyas líneas de campo vienen dadas por la posición de las limaduras. Además, este campo será más fuerte o intenso cuanto más apretadas estén las limaduras, o sea, cuanto más juntas estén las líneas de campo o cuando mayor densidad de líneas de campo haya. En el siguiente apartado sobre el «Concepto de campo», se trata de aclarar y repasar algunos de los conceptos de campo vistos hasta la Física de 1.° de Bachillerato.

CONCEPTO DE CAMPO

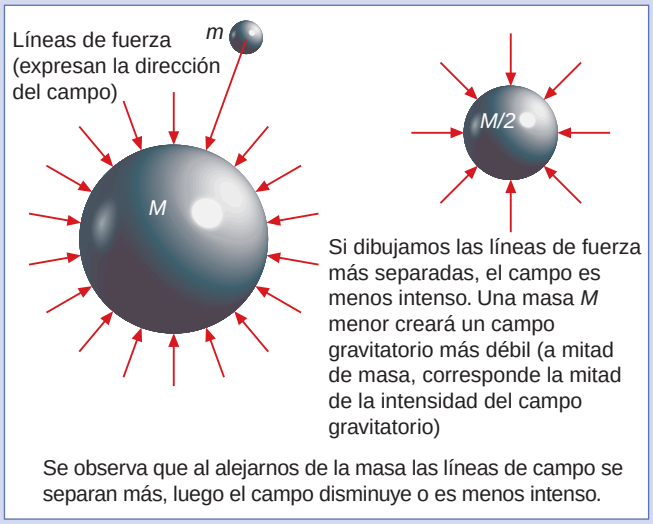


Fig. 7.5. *Campo gravitatorio.*

a) En el **campo gravitatorio** una masa atrae a la otra. Las líneas de campo son fáciles de visualizar cuando sólo se tiene la acción de una masa, pues van en dirección radial hacia el centro de la masa. La intensidad del campo gravitatorio terrestre es de 9,8 m/s^2 en las proximidades de la superficie, o, lo que es lo mismo, una masa de 1 kg es atraída con una fuerza de 9,8 N (por ello la intensidad del campo gravitatorio se puede poner como 9,8 N/kg). La ley que rige la fuerza de atracción entre dos masas es la ley de gravitación universal, cuyo módulo es:

$$F = G\,\frac{M\,m}{r^2}$$

El sentido de la fuerza es radial y su dirección es hacia el centro de la masa. La intensidad del campo que crea la masa *M* es:

$$E = G\,\frac{M}{r^2}$$

En el caso de la Tierra, al sustituir su masa y su radio y el valor de la constante de gravitación, obtenemos:

$$E = 6{,}673 \cdot 10^{-11}\left[\frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\right]\frac{5{,}97 \cdot 10^{24}\ [\mathrm{kg}]}{(6{,}37 \cdot 10^{6}\ [\mathrm{m}])^2} \simeq$$

$$\simeq 9{,}8\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}\right]$$

La intensidad de campo es la fuerza con que es atraída la unidad de masa y es un vector que, en el caso de una sola masa, tiene dirección radial hacia el centro de la masa.

De la fórmula se obtiene que:

- La intensidad de campo gravitatorio es proporcional a la masa, de forma que el triple de masa produce el triple de campo, es decir, habría que representar el triple de líneas de campo.

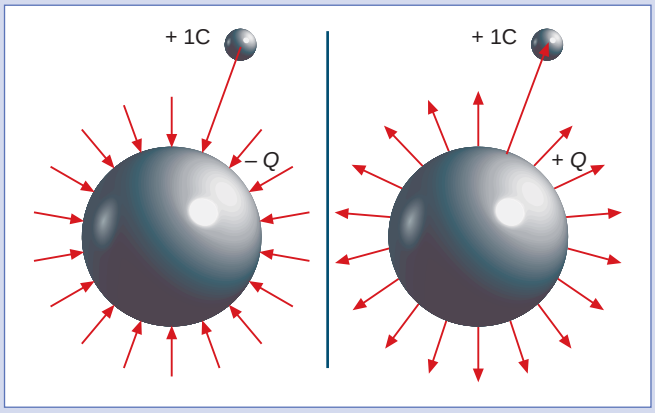


Fig. 7.6. *Campo eléctrico.*

- La intensidad de campo gravitatorio es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, de forma que el triple de distancia hace que el campo baje a la novena parte, esto es, representaríamos la novena parte de líneas de campo (aunque en la Fig. 7.6 se ha realizado una representación plana, en realidad se da en todas las direcciones del espacio).

b) En el **campo eléctrico,** una carga atrae a otra si son de distinto signo y se repelen si son del mismo. Si ponemos en el entorno de la carga que crea el campo, una unidad de carga positiva de 1 C, ocurre lo siguiente:

- Si la carga es negativa, las líneas de campo se dirigen hacia el centro.
- Si es positiva, su sentido es hacia afuera.

La ley de Coulomb proporciona el módulo de la fuerza con que son atraídas o repelidas dos cargas puntuales:

$$F = K\frac{Q\,q}{r^2}$$

para la que la constante K:

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}$$

donde $\varepsilon_0 = 8{,}8542 \cdot 10^{-12}\left[\frac{C^2}{N \cdot m^2}\right]$

ε_0 es la permitividad en el vacío y ε_r es la permitividad relativa del material considerado. La carga se mide en culombios y la distancia en metros, con lo que la fuerza se obtiene en newtons.

La intensidad del campo que crea la carga *Q* es:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

que será la fuerza con que es atraída o repelida la unidad de carga positiva que se sitúe en el entorno de la carga *Q*. Se mide en N/C. Sobre una carga *q*, en un campo eléctrico de intensidad *E* actuará una fuerza $F = q\,E$.

Por lo demás, las afirmaciones realizadas para el campo gravitatorio son igualmente aplicables al eléctrico:

- La intensidad de campo eléctrico es un vector cuyo módulo es el indicado si se trata de una sola carga, su dirección radial se dirige hacia la carga en caso de ser ésta negativa, y se aleja de ella en el caso de ser positiva.
- La intensidad de campo eléctrico es proporcional a la cantidad de carga, de forma que el triple de carga produce el triple de campo, o representaríamos el triple de líneas de campo.
- La intensidad de campo eléctrico es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, de forma que el triple de distancia hace que el campo baje a la novena parte, o representaríamos la novena parte de líneas de campo.

Los campos comentados en las Figuras 7.5 y 7.6 han sido de tipo radial y, además, disminuyen con el cuadrado de la distancia. Pero pueden existir campos cuyas líneas de campo tengan otra distribución.

Por ejemplo, entre las placas de un condensador plano (Fig. 7.7), las líneas de campo son sensiblemente paralelas, de dirección perpendicular a las placas y sentido de la placa positiva a la negativa. En las experiencias con imanes de la Figura 7.3 se pueden distinguir líneas de campo, en este caso magnético; la posición de las limaduras son una indicación de las líneas de campo.

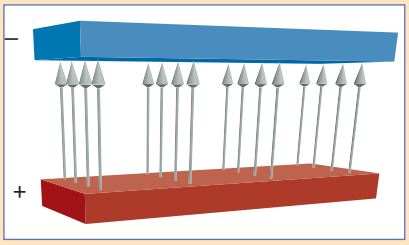


Fig. 7.7. *Campo eléctrico uniforme entre las placas de un condensador plano.*

Observamos que los conceptos de intensidad de campo eléctrico e intensidad de campo gravitatorio han sido introducidos de una forma experimental (que justifica las fórmulas que aparecen en el apartado «Concepto de campo»). Vamos a tratar de hacer lo mismo para el campo magnético.

El experimento de Oersted estableció la certeza de que una corriente eléctrica (cargas eléctricas en movimiento) se comporta como un campo magnético. Así, como en un imán permanente no tenemos una forma sencilla de variar su campo

magnético, con una corriente eléctrica sí podemos variar o alterar el «imán» creado por ella. Para ello, vamos a sustituir dos imanes por dos cables suficientemente largos comparados con su separación, los colocaremos paralelos a una distancia *a* (Fig. 7.8) y haremos circular una corriente eléctrica de intensidad I_1 e I_2 por cada uno de ellos. Del resultado, observaremos que:

a) Si la corriente en ambos es del mismo sentido, los hilos experimentan una fuerza de atracción. Si es de distinto sentido, se repelen.

b) Si aumentamos la intensidad I_2 al doble, la fuerza de atracción aumenta al doble; si la aumentamos a triple, la fuerza aumenta al triple. Ello significa que el campo magnético creado por I_2 ha aumentado al doble, al triple, etc. Ocurre lo mismo con I_1.

c) Si aumentamos o disminuimos la distancia, la fuerza disminuye o aumenta en la misma proporción. O sea, a mitad de distancia, doble de fuerza.

d) Si aumentamos la longitud, también aumenta la fuerza de atracción, aunque esto no será determinante dado que, si dividimos dicha fuerza entre la longitud, estaremos calculando la fuerza por la unidad de longitud.

e) Si entre los hilos conductores colocamos algún material, como cartón, plástico, etc., comprobamos que también cambia la fuerza. Esto hace pensar que puede existir una constante dependiente del medio, al igual que sucedía con el campo gravitatorio o el eléctrico.

Todo lo expuesto se puede resumir en la fórmula: $\frac{F_1}{l} = K\,\frac{I_1 \cdot I_2}{a}$

que muestra que la fuerza (por unidad de longitud) con la que el cable de I_1 atrae al cable de I_2, es directamente proporcional a las intensidades e inversamente proporcional a la distancia que los separa, y que depende del medio. Observamos que es parecida a las fórmulas del campo eléctrico y del gravitatorio, pero no aparece el cuadrado de la distancia.

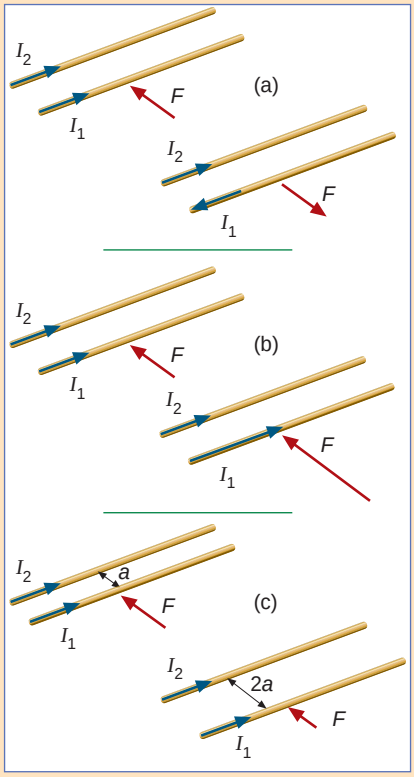


Fig. 7.8. *Interacción magnética entre dos hilos conductores.*

B Inducción magnética

De la expresión anterior se deduce que el campo magnético que crea el hilo por el que circula I_2 tendrá una «intensidad de campo» de módulo:

$$B = K\,\frac{I_2}{a}$$

En realidad a la magnitud *B* no se le da el nombre de intensidad de campo magnético (más adelante, incidiremos en este tema), sino que se conoce como **inducción magnética** o, simplemente, campo magnético. Su unidad en el Sistema Internacional es el tesla (T). Esta relación fue deducida en 1820 por Jean-Baptiste Biot y Félix Savart, por medio exclusivamente de observaciones experimentales, de ahí que se la denomine **ley de Biot y Savart.**

A la constante K se le da el valor $\frac{\mu_0}{4\pi}$ para facilitar los cálculos cuando se dispone de líneas cerradas formando círculos (espiras de las bobinas). La constante μ_0 es la permeabilidad magnética cuando el medio es el vacío y su valor es $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ T · m/A.

La fuerza de atracción (los sentidos de las corrientes I_1 e I_2 son iguales) tiene el módulo calculado, la dirección perpendicular a los hilos y el sentido el de acercar un hilo a otro. Es decir, se trata de un vector. Por lo tanto, como la intensidad es una magnitud escalar, la inducción magnética debe ser un vector. Veamos cuál es su dirección y sentido.

El experimento de Oersted no sólo mostró que la corriente eléctrica produce un campo magnético, sino que también descubrió que la aguja imantada se coloca

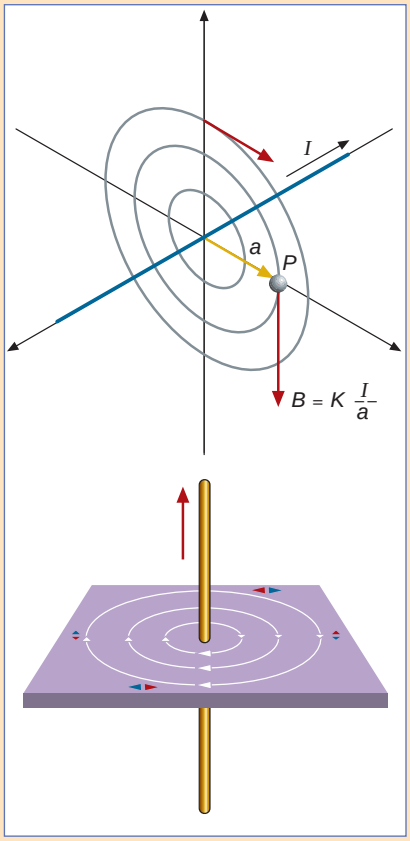


Fig. 7.9. *El campo magnético, o vector inducción magnética, creado en un punto* P *por un conductor recto por el que fluye una corriente* I *es perpendicular al movimiento de los portadores de carga (la dirección del conductor) y está contenido en el plano perpendicular al hilo.*

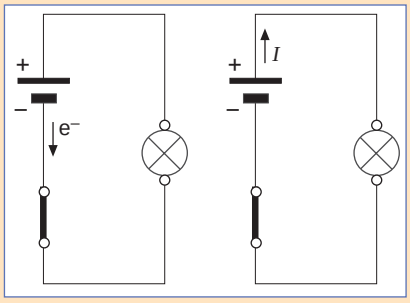


Fig. 7.10. *Convención de signos para la intensidad de la corriente eléctrica.*

sensiblemente perpendicular al hilo. Si, además, como experimento complementario, espolvoreamos limaduras de hierro sobre una cartulina suave, y hacemos pasar un hilo conductor a través de ella (Fig. 7.9), observaremos que las limaduras se distribuyen en círculos concéntricos, los cuales adquieren la forma con más facilidad gracias a que la cartulina esté perpendicular al hilo. Esto quiere decir que el vector inducción magnética o campo magnético se encuentra en un plano perpendicular al movimiento de las cargas (dirección de la intensidad de corriente o del cable).

Por lo que respecta al sentido de la corriente eléctrica en el interior de un conductor, encontraremos la explicación en la Figura 7.10:

a) Siendo los electrones los portadores de carga, deberán circular del potencial negativo al positivo.

b) No obstante, por convención se considera que la corriente va del polo positivo al negativo por el exterior del generador, lo que equivale a considerar que las cargas portadoras son positivas.

Así pues, aceptamos la convención de que la corriente eléctrica circula del terminal (o borne) de potencial mayor del circuito, al de potencial menor.

Una aguja magnética colocada de forma paralela a una cartulina, a su vez atravesada por un conductor (Fig. 7.9), se orienta de manera que su dirección queda en posición tangente a los círculos que forman las limaduras. Su sentido, dado por una flecha que va del polo sur al norte de la aguja (dentro de ésta), viene indicado por el del giro de un tornillo de rosca a derecha, que avanza según la corriente. También se emplea la regla de la mano derecha, «agarrando» al conductor con esa mano y apuntando con el dedo pulgar. Según la corriente el resto de dedos da el sentido del campo magnético.

Si en la expresión de la fuerza por unidad de longitud sustituimos el campo magnético, nos queda:

$$\frac{F_1}{l} = I_1 B \Rightarrow F_1 = I_1 \, l \, B$$

Esto indica que, cuando un conductor se coloca perpendicular a un campo magnético, experimenta una fuerza cuyo módulo está dado por la fórmula anterior (Fig. 7.11). Si el campo y el hilo conductor (que es lo mismo que decir el flujo de portadores de carga) son perpendiculares, la fuerza es de dirección perpendicular a ambos y su sentido es el del avance de un tornillo de rosca a derechas, que va de I a **B** (considerando a *l,* que es la longitud de hilo dentro del campo magnético, como un vector que tuviera la misma dirección y sentido que la corriente).

Si colocamos el conductor paralelo al campo magnético, no aparece ninguna fuerza. El valor máximo de la fuerza se alcanza cuando el hilo conductor se pone perpendicular al campo.

En el caso de que el campo y el hilo conductor formen un ángulo, el módulo de la fuerza que experimenta deberá llevar como factor multiplicador el seno de dicho ángulo (Fig. 7.12). La expresión que resulta es: $F_1 = I_1 \, l \, B \operatorname{sen} \theta$.

Observamos que, al ser **B** e **I** dos vectores, la expresión anterior se puede poner de forma genérica como: $\mathbf{F} = P \, \mathbf{I} \times \mathbf{B}$.

(Por tratarse de un conductor genérico, no hemos puesto subíndice.)

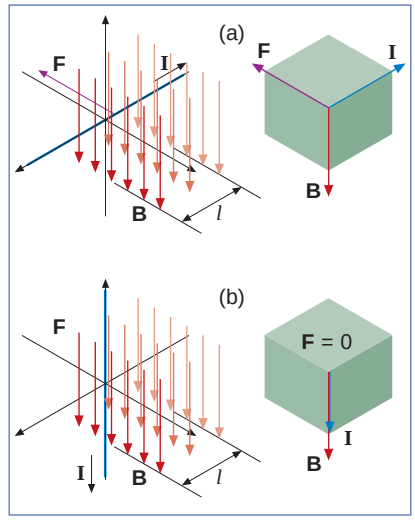


Fig. 7.11. *Fuerza sobre un conductor rectilíneo en un campo magnético: a) Cuando el conductor es perpendicular al campo. b) Cuando el conductor es paralelo al campo no hay fuerza.*

C Fuerzas sobre cargas en movimiento

Una corriente eléctrica no es más que un conjunto de portadores de carga, de forma que la intensidad de dicha corriente, medida en amperios, es la cantidad de unidades de carga que pasan por unidad de tiempo o, en expresión matemática:

$$I = \frac{q}{t}$$

Si sustituimos la expresión de la fuerza, queda:

$$\mathbf{F} = \frac{q}{t}\, I \times \mathbf{B} = q\,\frac{I}{t} \times \mathbf{B} \;\Rightarrow\; \mathbf{F} = q\,\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Podemos ver que, al dividir la longitud de conductor dentro del campo entre el tiempo, el resultado es la velocidad a la que se desplaza la supuesta carga, pues recorre dicho espacio en ese tiempo.

La Figura 7.13 muestra el producto vectorial dado en la expresión anterior aplicado a una carga positiva y a otra negativa.

Esta última ecuación se conoce como fuerza de Lorentz o **ley de Lorentz** y permite definir la unidad de inducción magnética que, como hemos dicho anteriormente, recibe el nombre de *tesla* (T):

$$B = \frac{F}{q\,v} \;\Rightarrow\; 1[\mathrm{T}] = \frac{1[\mathrm{N}]}{1[\mathrm{C}] \cdot 1\left[\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]} = \frac{1[\mathrm{N}]}{1[\mathrm{A}] \cdot 1[\mathrm{m}]}$$

Un tesla es la inducción de un campo magnético que hace que una carga de 1 culombio que se desplaza perpendicularmente al campo con una velocidad de 1 m/s experimente una fuerza de 1 newton.

Otra unidad, no perteneciente al Sistema Internacional, es el gauss (G), el cual equivale a: **1 G = 10^{-4} T.**

> El tesla es una unidad muy grande. Prueba de ello es que imanes de laboratorio pueden producir campos de 2,5 T. En el caso de emplearse superconductores, se llega a algo más de 25 T. El campo magnético de la Tierra, cerca de la superficie, es de $0{,}5 \cdot 10^{-4}$ T.

La Figura 7.14 muestra unas cargas en un campo magnético. Al no estar el soporte físico del conductor, esas cargas se desvían debido a la fuerza que provoca el campo magnético, que es perpendicular al vector velocidad y al vector inducción.

A la vista de lo expuesto hasta ahora, se observa que hay unas diferencias fundamentales entre los campos eléctricos y los magnéticos:

- La fuerza eléctrica siempre está en la misma dirección que el campo eléctrico (el sentido puede variar según la naturaleza de las cargas); en cambio, la fuerza magnética es perpendicular al campo magnético.
- La fuerza originada por un campo eléctrico sobre una carga aparece siempre independientemente de la velocidad de la partícula. La fuerza magnética solamente actúa sobre partículas en movimiento.
- Una consecuencia de lo anterior es que la fuerza eléctrica origina trabajo al desplazarse la partícula cargada. Por el contrario, la fuerza magnética, al ser perpendicular al desplazamiento (el coseno del ángulo que forman es nulo), no origina trabajo. Dicho de otra forma, un campo magnético no puede cambiar el módulo de la velocidad de una carga que se mueve con una velocidad **v,** pero sí su dirección. Es decir, la energía cinética de la partícula cargada no se altera al entrar en un campo magnético.

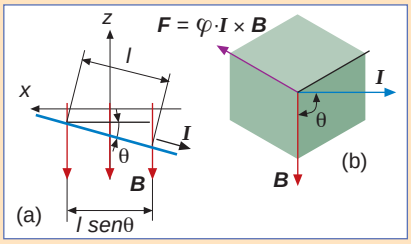


Fig. 7.12. *Fuerza ejercida por el campo magnético sobre un conductor no perpendicular. Obsérvese que este conductor se puede descomponer en dos, una perpendicular al campo de longitud sen θ que dará lugar a la fuerza y otro paralelo al campo que no da lugar a ninguna fuerza. En la figura se ha tomado la vista como vista frontal de la Figura 7.11 la que deja la dirección positiva de x a la izquierda.*

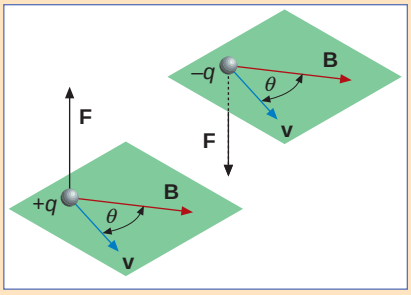


Fig. 7.13. *La regla del «sacacorchos» para determinar la dirección de la fuerza magnética que actúa sobre una carga + q/–q que se mueve con una velocidad* v *en un campo magnético* B. *Si* q *es negativa la fuerza es al contrario del avance del tornillo que gira de* v *a* B.

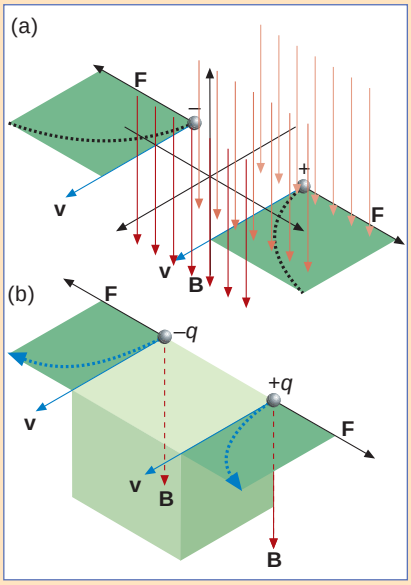


Fig. 7.14. *Acción de un campo magnético sobre una partícula cargada que se desplaza en su interior con un módulo de velocidad* v. *Se observa que la dirección del vector velocidad cambia. En (b) se han retirado las líneas de campo para mejorar la perspectiva.*

7.3 Fuerza y momento sobre un circuito completo. Fundamento de las máquinas eléctricas (motores)

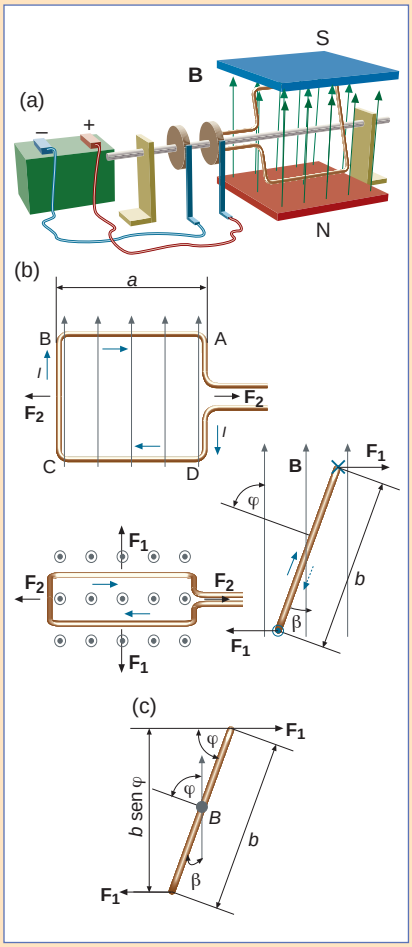


Fig. 7.15. *Espira rectangular en el interior de un campo magnético uniforme.*

Las ecuaciones que hemos analizado muestran la fuerza sobre un hilo abierto, pero esta disposición no se encuentra en ninguna máquina eléctrica. En éstas, los hilos conductores se disponen en forma cerrada en espiras, por lo que interesa conocer los efectos de un campo magnético sobre una espira. La Figura 7.15 muestra una espira cerrada de forma rectangular (así estará formada por conductores rectos) situada en el interior de un campo magnético uniforme de inducción ***B*.**

Por la espira de lados *a* y *b* suponemos que circula una corriente de intensidad I. La normal al plano formado por la espira forma con el campo un ángulo φ.

Los lados AB y CD son perpendiculares al campo, con lo que aparecen sobre ellos fuerzas iguales y de sentidos opuestos de valor: $F_1 = I\,a\,B$.

La suma de ambas, por ser opuestas e iguales, es 0.

Los lados BC y DA forman un ángulo β con el campo. Sobre ellos también actúan fuerzas de igual módulo pero de sentidos opuestos cuyo valor es:

$$F_2 = I\,b\,B \text{ sen } \beta$$

En realidad, las fuerzas anteriores están distribuidas por la totalidad del lado, aunque su resultante sean las aquí expresadas. La fuerza resultante sobre toda la espira es, evidentemente, nula, puesto que las fuerzas ejercidas sobre lados opuestos son iguales y de sentido contrario. Ahora bien, no sucede lo mismo con el momento del par de fuerzas de sentido contrario F_1, ya que el valor de este momento es:

$$M = F_1 \frac{b}{2} \text{ sen } \varphi + F_1 \frac{b}{2} \text{ sen } \varphi = I\,a\,B\,b \text{ sen } \varphi = I\,B\,S \text{ sen } \varphi$$

Donde $S = a\,b$ es la superficie de la espira.

El momento calculado hace que la espira gire hasta situarse perpendicular al campo magnético. El valor máximo del momento se obtiene cuando φ es de 0°, y el máximo cuando φ es de 90°.

Una superficie plana de área *S* se puede representar por un vector **S** perpendicular a dicha superficie. En nuestro caso (Fig. 7.16), tomamos el sentido de **S** el del avance de un tornillo de rosca a derechas, que gira en el sentido de la corriente. De esta manera, se puede escribir la expresión del momento como un producto vectorial: $\mathbf{M} = I\,\mathbf{S} \times \mathbf{B}$

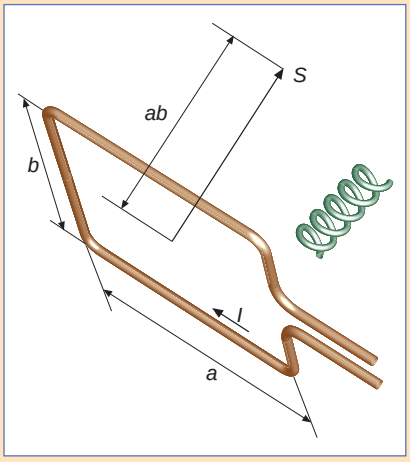


Fig. 7.16. *Una superficie está definida por un vector perpendicular a ella, cuyo módulo coincide con el valor del área de la superficie. Cuando la superficie es de una espira, el sentido positivo se toma el del avance de un tornillo de rosca a derechas que gira según el sentido de la corriente.*

El momento que tiende a hacer girar la espira es un vector cuya dirección es el eje de giro y su sentido, el del avance del tornillo al girar según la rotación de la espira.

Lo anteriormente expuesto es el fundamento de las máquinas eléctricas, así como de instrumentos de medida eléctricos (galvanómetros, voltímetros y amperímetros).

La forma de la espira del ejemplo era cuadrada, pero se observa que al final ha quedado en función no de sus lados, sino de su superficie. Se llega a la conclusión de que la geometría que tome la línea cerrada que forma la espira es indiferente, y sirve para espiras circulares o de cualquier otra disposición, ya que el único parámetro importante es su superficie. También se pueden disponer *n* espiras muy juntas (formando una bobina): $\mathbf{M} = N\,I\,\mathbf{S} \times \mathbf{B}$ y el módulo $M = N\,I\,S\,B \text{ sen } \varphi$.

Una vez alcanzada la posición de equilibrio, $M = 0$, el mecanismo ideado se detendría. Aumentando, por ejemplo, a tres espiras, siempre habría alguna que se encuentre en posición. La Figura 7.17 representa un perfil de estas espiras (el círculo indica la intensidad de corriente saliendo el papel).

7.4 Fuerza electromotriz inducida. Flujo magnético. Fundamento de los generadores eléctricos

Ya hemos visto cómo es posible obtener un par estable que hace girar a unas espiras por las que se hace pasar una corriente eléctrica dentro de un campo magnético. Este fenómeno es el principio de funcionamiento de los motores.

Ahora cabe preguntarse si el proceso inverso es posible. Es decir, si se hace girar una espira con un par de fuerzas exteriores, ¿se producirá una diferencia de tensión entre los extremos de la espira? Una experiencia sencilla (Fig. 7.18) nos da una respuesta afirmativa.

Analicemos detenidamente la situación. En lugar de mover el imán, como en la Figura 7.18, vamos a desplazar un conductor a una cierta velocidad en un campo magnético; el efecto relativo es el mismo.

La Figura 7.19 representa este conductor, de longitud *l* y extremos A y B, en un campo magnético uniforme perpendicular al papel y sentido hacia adentro. El conductor se pone en movimiento hacia arriba, con una velocidad **v** perpendicular a la dirección del campo magnético y a la propia longitud de la barra (utilizamos direcciones perpendiculares para que sen 90 = 1 y cos 90 = 0). Cada partícula cargada del interior del conductor (al ser un conductor, hay electrones que se pueden mover) experimenta una fuerza $F = e\,B\,v$, siendo *e* la carga del electrón, cuya dirección es perpendicular a **B** y **v,** y su sentido será el contrario que sobre una carga positiva (ello se ve en la parte derecha inferior de la Figura 7.19), en nuestro caso, hacia la derecha.

Así, resulta que nos encontramos con una varilla con exceso de carga negativa en un lado, con lo que se establecen las mismas condiciones que en una pila. Barnet demostró que esta separación de carga es cierta en un conductor metálico, para lo que realizó un experimento que equivaldría a cortar la barra por su centro mientras está en movimiento. La parte derecha tenía carga negativa y la izquierda positiva.

Ahora vamos a cerrar el circuito con un montaje como en la Figura 7.20. El conductor móvil desliza sobre otro conductor fijo en forma de U. No habrá fuerza magnética en este último, pero como hay un exceso de carga negativa en el extremo B, que es lo mismo que decir que hay un exceso de carga positiva en el extremo A, se producirá una corriente eléctrica de intensidad **I** (si consideramos el movimiento de portadores positivos, el sentido sería el indicado).

Mientras se mantenga el movimiento habrá un desplazamiento de electrones en sentido contrario al indicado. El conductor móvil se comporta como un generador de fuerza electromotriz, con lo que se puede afirmar que se ha inducido en el conductor una fuerza electromotriz debida al movimiento y cuyo valor vamos a determinar.

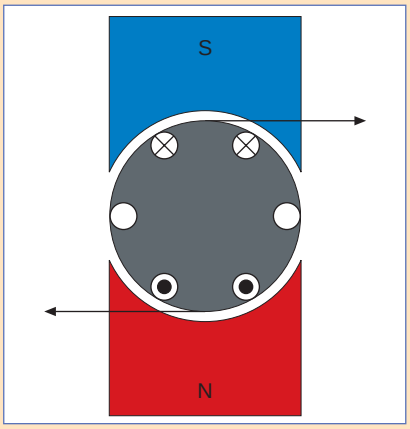


Fig. 7.17. *Espiras para dar continuidad al momento originado por la fuerza electromagnética. Sería el principio de funcionamiento de un motor eléctrico. Obsérvese la disposición de los imanes, se dice que tenemos un par de polos por cada norte y sur que nos encontramos. En la figura hay un par de polos. Un motor eléctrico siempre tiene un número par de polos.*

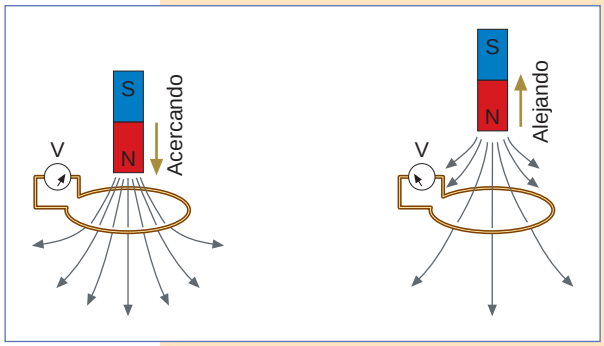


Fig. 7.18. *Al mover un imán dentro de una serie de espiras (bobina) el voltímetro detecta la presencia de una diferencia de potencial.*

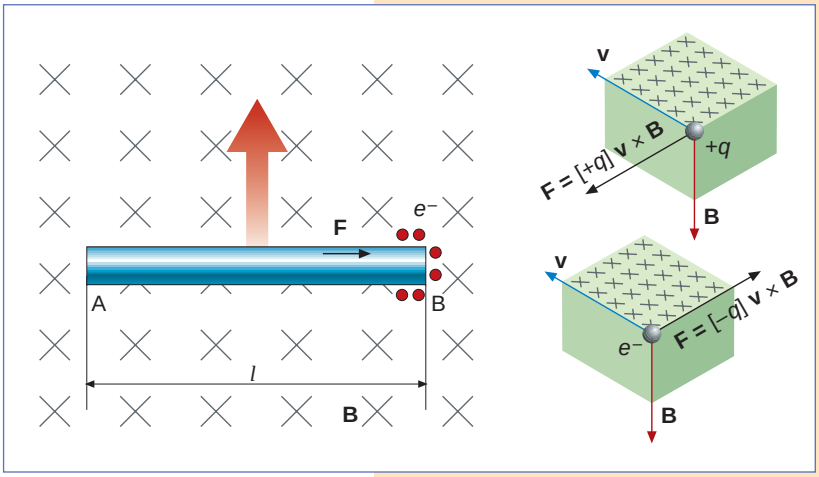


Fig. 7.19. *Una varilla AB de material conductor, al moverse en un campo magnético, hace que sus electrones libres se desplacen hacia un lado de ésta.*

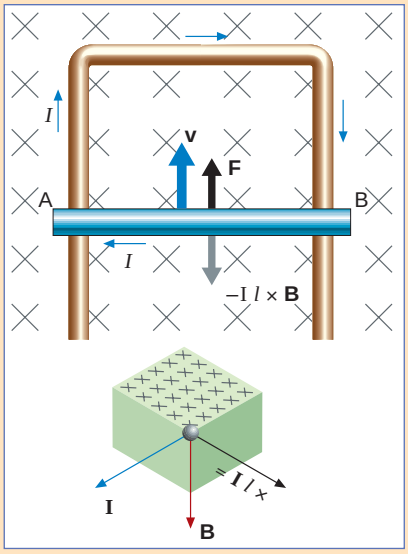


Fig. 7.20. *Si cerramos el circuito con un conductor en forma de U se produce una corriente I para tratar de compensar esa diferencia de carga. El conductor en U se encuentra fijo mediante algún procedimiento.*

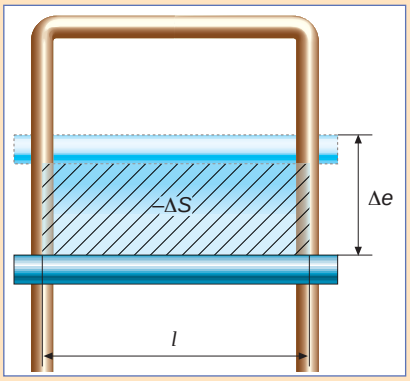


Fig. 7.21. *Al desplazarse la varilla móvil la cantidad Δe resulta que barre un área lΔe. Pero este es un área que hace disminuir la total que inicialmente tenía nuestro dispositivo, por ello debe ser negativa.*

Ahora, como por el circuito circula una intensidad **I**, esta corriente hace que nuestro campo magnético ejerza una fuerza hacia abajo que, al ser perpendiculares el lado y el campo (sen 90 = 1), vale **I** $l \times$ **B.** El equilibrio de fuerzas entre **F** y la generada por el campo, exige que $F - I\ l\ B = 0 \Rightarrow F = I\ l\ B$. La potencia mecánica que debemos realizar para mover el conductor será: $P = F\ v = I\ l\ B\ v$.

Esta potencia debe ser igual a la potencia eléctrica generada $V\ I$. La diferencia de potencia entre los extremos del conductor recibe el nombre de **fuerza electromotriz inducida** y se representa por ε. Así pues, la potencia eléctrica que se produce es $\varepsilon\ I$. Igualando ambas potencias: $I\ l\ B\ v = \varepsilon\ I \Rightarrow \varepsilon = l\ B\ v$.

Ahora bien, la velocidad v también es el espacio Δe recorrido por el conductor móvil en un tiempo Δt. El espacio recorrido, al multiplicarlo por la longitud de la barra, nos da el área que ha barrido dicha barra (Fig. 7.21).

$$\varepsilon = l\ B\ \frac{\Delta e}{\Delta t} = -B\ \frac{\Delta S}{\Delta t} = -\frac{B\ \Delta S}{\Delta t}$$

En el cociente anterior, resulta que el producto que aparece en el numerador recibe un nombre especial, que tiene un significado físico concreto. El producto de un vector (es el caso de **B,** aunque aquí hemos utilizado el módulo) por una superficie se denomina **flujo del vector** a través de la superficie y se representa por la letra griega Φ: $\Phi = B\ S$.

Cuando el vector y la superficie son perpendiculares, el flujo está dado por esta expresión. La unidad del flujo en el Sistema Internacional es el tesla por metro cuadrado [T · m^2] que recibe el nombre de weber (Wb). Así pues:

$$1[\text{Wb}] = 1[\text{T}] \cdot 1[\text{m}^2] \Rightarrow 1[\text{T}] = \frac{1[\text{Wb}]}{[\text{m}^2]}$$

De esta forma, la unidad de inducción magnética se expresa no solamente en teslas sino también en Wb/m^2. Es decir, el flujo representaría el número total de líneas de fuerza que atraviesa la superficie, y la inducción, el número de líneas por unidad de superficie:

$$B = \frac{\Phi}{S}$$

La Figura 7.22 indica que cuando la superficie no es perpendicular al vector inducción magnética (en general cualquier vector) el valor del flujo es:

$$\Phi = B\ S \cos \varphi = \mathbf{B\ S}$$

El producto de los módulos por el coseno del ángulo que forman dos vectores es el producto escalar.

Con esta nueva definición podemos poner la ecuación que da la fuerza electromotriz inducida como:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \text{y para } N \text{ bobinas} \quad \varepsilon = -N\ \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Así pues, la fuerza electromotriz (fem) inducida (la diferencia de potencial que se crea, por tanto, se mide en voltios) es el valor de la variación del flujo magnético en el tiempo. Este enunciado se conoce como **ley de Faraday.**

Observa la diferencia entre las ecuaciones que dan la fuerza elecromotriz. La segunda ya no depende de la forma en que se varíe el flujo, simplemente variándolo (por ejemplo, como en este caso cambiando la superficie, o cambiando el número de líneas de campo que la atraviesan) se obtiene una fem.

Hay otra ley, la **ley de Lenz,** que completa la ley de Faraday estableciendo que: *el sentido de una fem inducida es tal que se opone a la causa que la produce.*

7.7 Clasificación de los motores eléctricos

Los motores eléctricos se pueden clasificar según la corriente empleada en: **motores de corriente continua, motores de corriente alterna** y motores universales (sirven para los dos tipos de corriente).

Los **motores de corriente continua,** a su vez se pueden clasificar según el tipo de excitación en: independiente, serie, derivación, compuesta y de imanes permanentes (el campo magnético lo producen imanes en lugar de electroimanes).

Los **motores de corriente alterna** se clasifican según los siguientes criterios: velocidad de giro (síncronos, asíncronos), tipo de rotor (bobinado, en cortocircuito o jaula de ardilla), número de fases (monofásicos —universales y de bobinado auxiliar y condensador— y trifásicos).

7.8 Motores de corriente continua. Constitución y principios de funcionamiento

A Constitución de un motor de corriente continua

Los motores de corriente continua (CC) se basan en los principios de fuerza electromagnética y de fuerza electromotriz inducida, tal como se ha visto. Para llevar a cabo estos principios, los motores constan del inductor e inducido. La Figura 7.23 muestra la perspectiva explosionada de un pequeño motor de CC.

- Inductor: Tiene como misión crear el campo magnético y se encuentra alojado en la parte fija del motor o estator. El inductor está formado por unas bobinas de hilo de cobre colocadas alrededor de una expansión polar de material ferromagnético. Por la bobina circulará una corriente eléctrica, de cuyo sentido dependerá el signo del campo magnético creado. En la Figura 7.23 aparecen los componentes del inductor. También puede ser de imanes permanentes.
- Inducido: Tiene como misión crear campos magnéticos que se opongan a los del motor. Está formado por conductores de cobre dispuestos en forma de bobinas. Las bobinas están alojadas en ranuras practicadas en un paquete de chapas cilíndrico de material ferromagnético, el cual está sujeto al eje de giro del motor y constituye la parte móvil o rotor de la máquina.

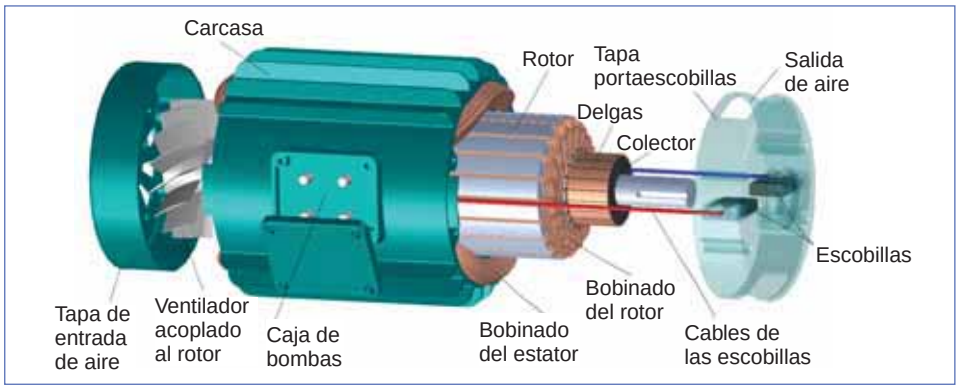


Fig. 7.23. *Elementos de un pequeño motor de corriente continua.*

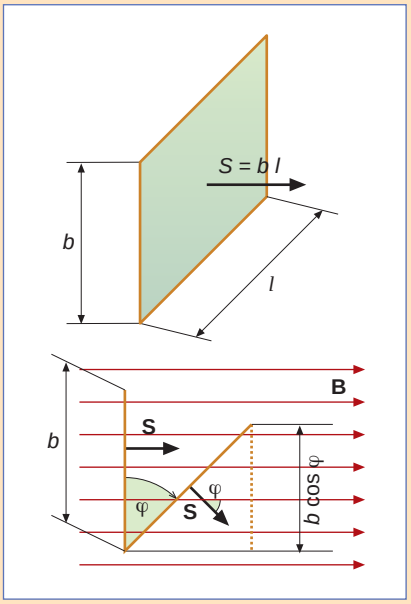


Fig. 7.22. *Si la superficie no es perpendicular al vector inducción magnética (también se puede decir que el vector superficie no es paralelo al vector inducción magnética) equivale a otra superficie que sí es perpendicular pero uno de los lados es (ver la vista de perfil debajo de la superficie) multiplicado por el coseno que se encuentra inclinada respecto de la perpendicular (este ángulo es el que forman los vectores inducción magnética y campo magnético).*

Los principios y finales de las distintas bobinas están conectados eléctricamente a una pieza de cobre denominada **colector de delgas,** que gira con el eje. Las delgas son las partes en las que se divide el colector y están aisladas unas de otras. La Figura 7.23 muestra el inducido de una máquina de corriente continua.

Para introducir la corriente en los conductores del inducido se utilizan las escobillas, que son piezas de grafito que están en contacto con el colector de delgas y que, por tanto conectan el circuito exterior con el interior de la máquina. En la Figura 7.23 se pueden ver las escobillas y las portaescobillas de una máquina de corriente continua.

En la Figura 7.23 se aprecia el aspecto que tiene un motor de corriente continua completamente montado.

B Magnitudes fundamentales de los motores de corriente continua

Como hemos señalado, el proceso de conversión de energía se deriva de los principios fundamentales de la fuerza electromagnética, cuya característica es M_i y de la fuerza electromotriz inducida cuya característica es E.

• La expresión que toma el par interno, M_i, es ésta:

$$M_i = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} \frac{N}{60} \Phi I_i$$

Donde:

M_i = par interno (N · m).

p = número de pares de polos de la máquina. Las máquinas eléctricas contienen un número par de polos que se designan por $2p$.

a = número de ramas en paralelo del inducido. Al colocar las escobillas sobre el colector, los conductores del inducido se conectan formando una serie de ramas en paralelo.

N = número total de conductores.

Φ = flujo magnético (Wb).

I_i = intensidad que recorre los conductores del inducido (A).

Cuando la máquina está ya construida, la mayoría de las magnitudes son constantes, por lo que la expresión que toma el par interno es la siguiente: $M_i = K \Phi I_i$.

En ella se puede observar que el par que desarrolla la máquina es proporcional al flujo magnético y a la intensidad de corriente en los conductores del inducido.

• La expresión de la fuerza electromotriz E, es la siguiente:

$$E_b = \frac{p}{a} \frac{N}{60} \Phi n$$

Donde:

E_b= fuerza contraelectromotriz inducida (V).

p = número de pares de polos.

a = número de ramas en paralelo del inducido.

N = número total de conductores.

Φ = flujo magnético (Wb).

n = velocidad de giro de la máquina (rpm).

Cuando la máquina está ya construida, la mayoría de las magnitudes son constantes, por lo que la expresión que toma la E_b es ésta:

$$E_b = K_b n \Phi$$

Recuerda

El flujo magnético Φ, a través de una superficie, representa el número total de líneas del campo magnético que atraviesan esa superficie. Observa que este flujo es mayor si la superficie aumenta o si aumenta el campo magnético. Sin embargo, disminuye desde el valor máximo cuando las líneas del campo magnético atraviesan perpendicularmente la superficie, hasta el valor nulo, cuando las líneas de fuerza no atraviesan la superficie por haberse colocado las líneas de fuerza paralelas a la superficie. Así, durante el giro del rotor nos encontraremos con estas situaciones de forma periódica.

Fuerza contraelectromotriz. La tensión, en voltios, que produce un generador se denomina fuerza electromotriz. Cuando un motor gira, al aplicarle una diferencia de – potencial, también se comporta como un generador; sin embargo, una fuerza electromotriz que se opone a la diferencia de potencial aplicada, se dice fuerza contraelectromotriz. El voltaje disponible para suministrar la corriente es la diferencia entre la tensión aplicada y la fuerza contraelectromotriz.

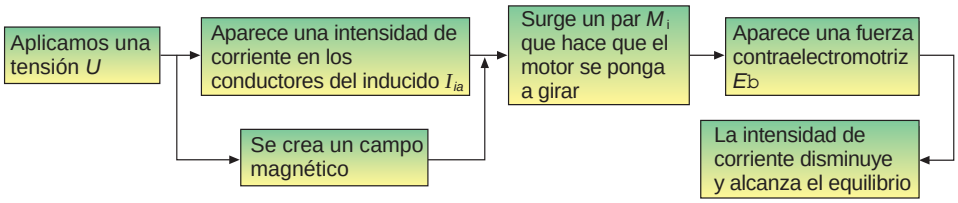


Fig. 7.24. *Máquina de corriente continua funcionando como motor.*

En la ecuación anterior podemos observar que la fuerza contraelectromotriz es directamente proporcional a la velocidad de giro y al flujo inductor. En la Figura 7.24 se representa el diagrama de bloques de una máquina de corriente continua que actúa como motor.

La tensión aplicada U y la E_b alcanzan su equilibrio, con lo que aparece la intensidad I_i.

$$I_i = \frac{U - E_b}{r_i}; \; U = E_b + r_i I_i$$

Un motor eléctrico de corriente continua, si exceptuamos el circuito del inductor, se puede representar por un generador en oposición con la red a la cual se conecta de fuerza contraelectromotriz E_b. En serie con él, colocaremos una resistencia r_i, tal como podemos apreciar en la Figura 7.25.

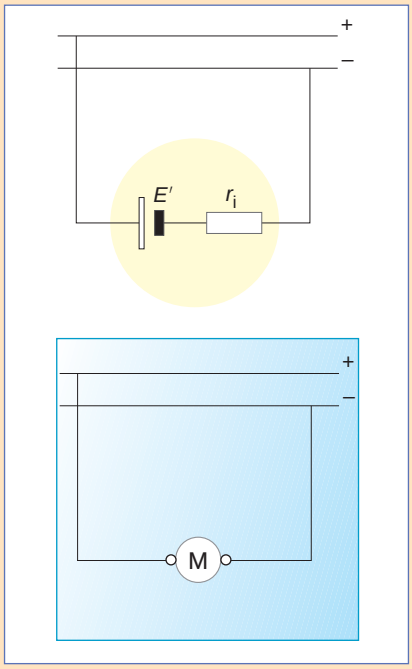


Fig. 7.25. *Símil eléctrico de un motor de corriente continua.*

Ejemplo 1

Un motor de corriente continua está conectado a una red de 250 V de tensión, gira a una velocidad de 1 500 rpm y desarrolla una fuerza contraelectromotriz de E_b = 230 V. Si la resistencia interna es de 2 Ω, halla la intensidad en el motor.

Solución

$$I_i = \frac{U - E_b}{r_i} = \frac{250 - 230}{2} = 10 \text{ A}$$

Ejemplo 2

Por un motor de corriente continua circula una intensidad de 7,5 A. Sabemos que la tensión de la red a la cual se ha conectado es de 150 V y que la resistencia interna es de 2 Ω. Determina la fuerza contraelectromotriz E_b.

Solución

Despejando la ecuación anterior obtenemos:

$$E_b = U - r_i I_i = 150 - 2 \cdot 7{,}5 = 135 \text{ V}$$

C Tipos de motores de corriente continua

En los apartados anteriores comentamos que, para constituir un motor de corriente continua, necesitamos un circuito inductor y un circuito inducido; en función de cómo se conecten ambos, obtendremos los distintos tipos de motores de corriente continua.

Motores de excitación independiente

En la Figura 7.26 se representa el esquema de un motor de corriente continua de excitación independiente y su circuito eléctrico equivalente.

El devanado inducido (A, B) y el devanado inductor (J, K) están alimentados con fuentes de tensión distintas e independientes. El flujo será constante porque I_{ex} también lo es. La intensidad que el motor absorbe de la red se determina con la siguiente expresión:

$$I = I_i = \frac{U - E_b}{r_i}$$

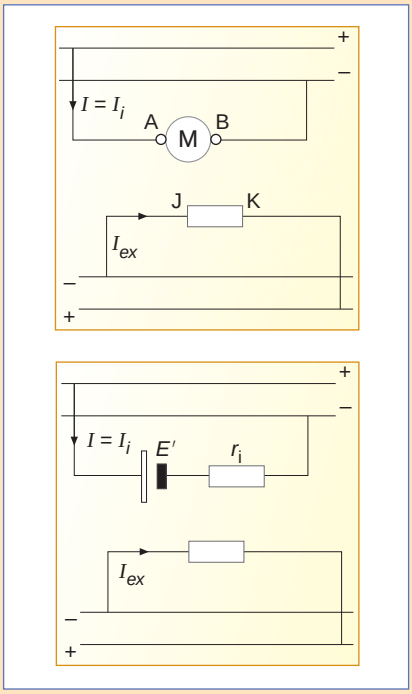


Fig. 7.26. *Esquema de conexiones de un motor de corriente continua excitación independiente y circuito eléctrico equivalente.*

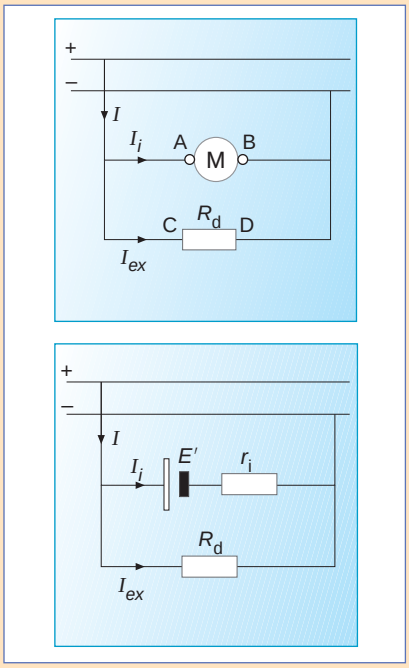


Fig. 7.27. *Esquema de conexiones de un motor de corriente continua excitación derivación y circuito eléctrico equivalente.*

Motor derivación

En la Figura 7.27 se representa el esquema de conexiones de un motor de corriente continua excitación derivación y su circuito eléctrico equivalente.

El motor derivación es prácticamente igual al motor de excitación independiente, la única diferencia estriba en que el devanado de excitación (C, D) está conectado a la misma fuente de tensión que el inducido (A, B).

En este tipo de motor se cumple lo siguiente:

- El flujo es constante porque la I_{ex} también lo es: $I_{ex} = \dfrac{U}{R_d}$
- La intensidad del inducido I_i toma la siguiente expresión: $I_i = \dfrac{U - Eb}{r_i}$
- La intensidad que el motor absorbe de la red vale: $I = I_i + I_{ex}$.

Ejemplo 3

Un motor derivación está conectado a una red de tensión U = 200 V; la resistencia de excitación tiene un valor R_d = 200 Ω y la resistencia interna r_i = 4 Ω. La Eb en condiciones nominales de trabajo tiene un valor de 160 V. Determina las intensidades en los diferentes circuitos.

Solución

En primer lugar hallamos la intensidad de excitación: $I_{ex} = \dfrac{U}{R_d} = \dfrac{200}{200} = 1$ A

A continuación calculamos la corriente en el circuito del inducido:

$$I_i = \frac{U - Eb}{r_i} = \frac{200 - 160}{4} = \frac{40}{4} = 10 \text{ A}$$

Por último, obtenemos la intensidad que absorbe de la red:

$$I = I_i + I_{ex} = 10 + 1 = 11 \text{ A}$$

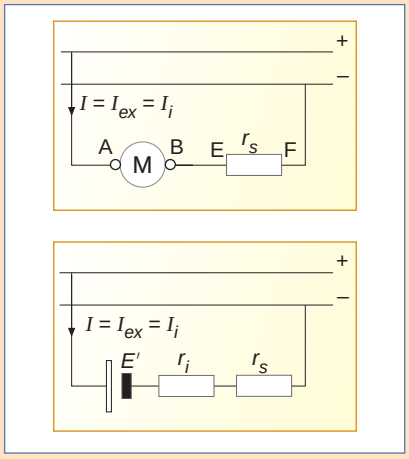


Fig. 7.28. *Esquema de conexiones de un motor de corriente continua excitación serie y circuito eléctrico equivalente.*

Motor serie

La Figura 7.28 representa el esquema de conexiones de un motor de corriente continua excitación serie y su esquema eléctrico equivalente.

En este tipo de motor el inductor (E, F) está en serie con el inducido (A, B), lo que implica que el flujo magnético va a depender de la carga. Si ésta es variable, el flujo también lo será:

$$I = I_i + I_{ex} = \frac{U - Eb}{r_i + r_s}$$

Existen otros tipos de motores de corriente continua que mezclan las características del motor serie y del motor derivación, pero no vamos a estudiarlos porque exceden los objetivos previstos.

Ejemplo 4

Un motor serie conectado a una red de 200 V de tensión tiene las siguientes características: r_i = 2 Ω; r_s = 4 Ω. En condiciones nominales la Eb tiene un valor de 170 V. Halla las intensidades de excitación, inducido y carga.

Solución

Al tratarse de un motor serie, las intensidades son las mismas:

$$I_i = I_{ex} = I = \frac{U - Eb}{r_i + r_s} = \frac{200 - 170}{2 + 4} = \frac{30}{6} = 5\text{A}$$

D Características de los motores de corriente continua

Las características de funcionamiento de los motores de corriente continua dependen del tipo de excitación y suministran información del comportamiento del motor ante unas condiciones de trabajo determinadas.

Las más importantes son la velocidad $n = f(I)$; la del par $M = f(I)$ y la mecánica $M = f(n)$.

A continuación, vamos a describir estas características en los motores con excitación derivación (muy parecidos a los de excitación independiente, ya que la única diferencia es que este motor utiliza dos fuentes de tensión, una para excitación y otra para el inducido) y en los de excitación serie.

Motor derivación

a) Característica de velocidad $n = f(I_i)$

Para obtener esta característica mantendremos la U = cte. y la I_{ex} = cte. y partiremos de las ecuaciones ya conocidas:

$$E = K \cdot n \, \Phi$$

$$E = U - r_i \, I_i$$

De la primera ecuación despejamos n y sustituimos el valor de E, con lo que obtenemos la expresión de la velocidad.

$n = \dfrac{U - r_i \, I_i}{K \cdot \Phi}$; como el flujo es prácticamente constante, tenemos: $n = \dfrac{U - r_i \, I_i}{Kn}$

En esta expresión es todo constante excepto el producto ($r_i \, I_i$), que supone alrededor del 4 % de la tensión, por lo que la velocidad estará en la misma proporción, tal como podemos apreciar en la Figura 7.29.

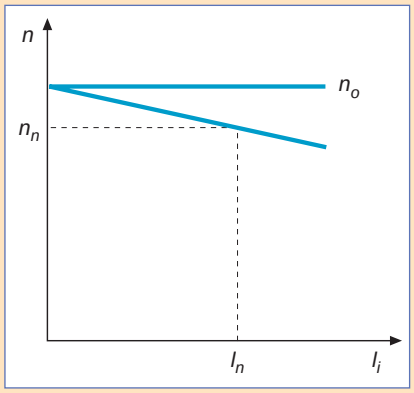


Fig. 7.29. *Curva característica de velocidad de un motor derivación.*

b) Característica del par $M_i = f(I_i)$

Relaciona el par motor interno con la corriente del inducido, $M = f(I_i)$, manteniendo U = cte. e I_{ex} = cte. Recordemos que la expresión del par interno es la siguiente: $M_i = K \, \Phi \, I_i$.

Como el flujo en este motor es constante, tendremos: $M_i = K_1 \, I_i$.

Su representación es la de una recta que pasa por el origen (Fig. 7.30).

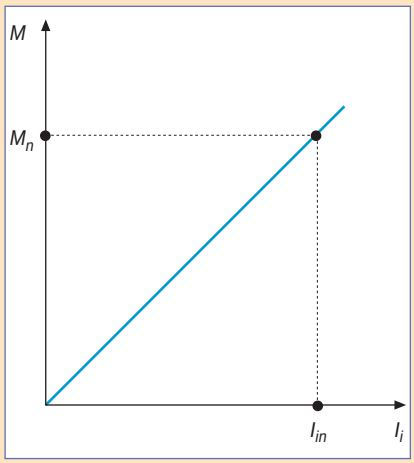


Fig. 7.30. *Curva característica del par de un motor de corriente continua excitación derivación.*

c) Característica mecánica $M = f(n)$

Relaciona la velocidad del motor con su par interno $M = f(n)$. Es la característica fundamental de la que depende todo motor, junto con la carga. Puede obtenerse por eliminación gráfica de los valores de la intensidad de las dos características anteriores. La característica está un poco inclinada respecto al eje del par, lo cual es indicativo de que el grado de estabilidad de este tipo de motor es muy elevado, tal y como se puede ver en la Figura 7.31. Para aclarar todo lo expuesto veamos un ejemplo numérico.

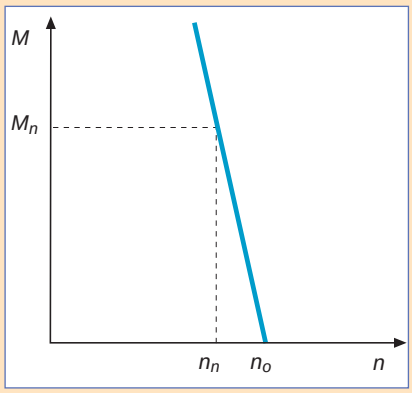


Fig. 7.31. *Curva característica mecánica de un motor de corriente continua excitación derivación.*

Ejemplo 5

Un motor derivación tiene las siguientes características: U = 230 V; E_b = 226 V; n_o = 1 500 rpm; I_n = 20 A; r_i = 2 Ω; M_n = 100 N · m. Dibuja las curvas características calculando los valores para: 5 A, 10 A, 15 A, 20 A y 25 A. Supón el flujo constante en todo el proceso.

Solución

Característica de velocidad

En primer lugar, determinamos la E_b para 5 A.

$$E_b = U - r_i I_i = 230 - 2 \cdot 5 = 230 - 10 = 220 \text{ V}$$

Como la E_b es proporcional al número de revoluciones $E_b = K_n\, n$, plantearemos las siguientes proporciones:

$$E_0 = K_n\, n_0 \Rightarrow 226 = K_n \cdot 1\,500$$

$$E_{5A} = K_n\, n_{5A} \Rightarrow 220 = K_n\, n_{5A}$$

Despejando quedará: $n_{5A} = \dfrac{1\,500 \cdot 220}{226} = 1\,460$ rpm

De la misma forma, determinaremos los valores de velocidad para el resto de valores de intensidad.

Intensidad (A)	vacío (2)	5	10	15	20
Velocidad (rpm)	1 500	1 460	1 394	1 327	1 261

Llevamos los resultados a una tabla y obtenemos el gráfico representado en la Figura 7.32.

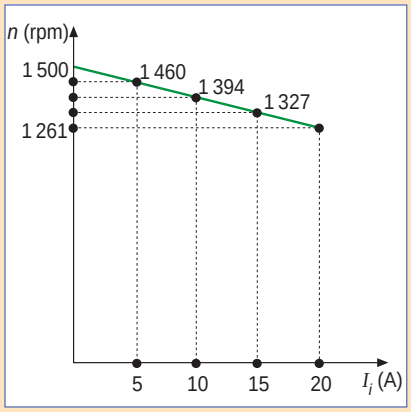


Fig. 7.32. *Relación entre velocidad e intensidad en el motor derivación.*

Característica del par

Sabemos que el par motor es proporcional a la intensidad de corriente ya que el flujo magnético es constante, $M = K_1\, I_i$. Por tanto, podemos establecer la siguiente relación:

$$M_n = K_1\, I_n \Rightarrow 100 = K_1 \cdot 20$$

$$M_0 = K_1\, I_0 \Rightarrow M_0 = K_1 \cdot 2$$

Lo que nos proporciona un par de vacío de 10 N · m.

De la misma forma determinaremos los valores de par para el resto de valores de intensidad.

Intensidad (A)	vacío (2)	5	10	15	20
Par (N · m)	10	25	50	75	100

Llevamos los resultados a unos ejes y obtenemos la gráfica representada en la Figura 7.33.

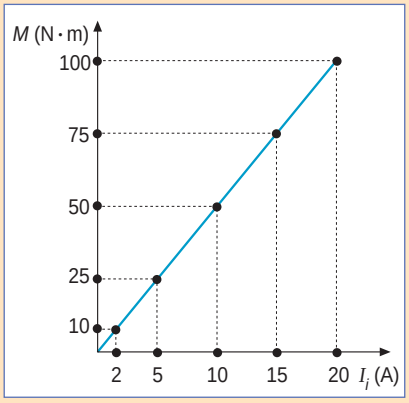


Fig. 7.33. *Característica par-intensidad en el motor derivación del ejemplo.*

Característica mecánica

Si de ambas tablas quitamos la intensidad de corriente, obtendremos la relación entre par y velocidad.

Par (N · m)	10	25	50	75	100
Velocidad (rpm)	1 500	1 460	1 394	1 327	1 261

Por último, solamente nos queda plasmar los resultados en una gráfica (Fig. 7.34).

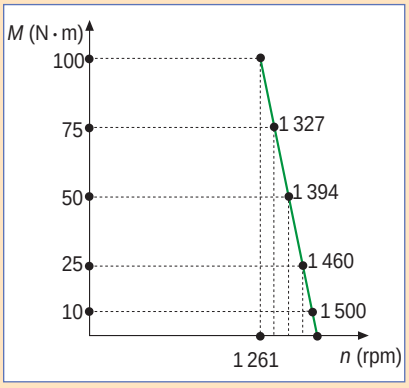


Fig. 7.34. *Relación entre el par y la velocidad en el motor derivación del ejemplo.*

Motor serie

a) Característica de velocidad $n = f(I_i)$

Para obtener esta característica mantendremos la U = cte. La I_{ex} no la podemos mantener constante por ser a la vez intensidad de excitación y de carga.

Partimos de las ecuaciones ya conocidas:

$$E_b = K_b\, n\, \Phi$$

$$E = U - (r_i + r_s)\, I_i$$

De la primera ecuación despejamos n, y sustituimos el valor de E_b, con lo que resulta la expresión de la velocidad.

$$n = \frac{U - [(r_i + r_s)\, I_1]}{K_b\, \Phi}$$

El valor del numerador se puede considerar prácticamente constante, debido al pequeño valor que tienen las resistencias de inducido y de inductor cuando varía la carga. Por el contrario, el flujo se modifica de forma considerable.

Se puede decir que la relación entre la velocidad y la corriente en un motor serie es la ecuación de una hipérbola, según se aprecia en la Figura 7.35.

El motor serie con cargas reducidas alcanza valores de velocidad muy altos, lo que podría traer consigo la destrucción del inducido. Por esta razón, este tipo de motores no deben funcionar nunca en vacío.

b) Característica del par $M = f(I_i)$

Relaciona el par motor interno con la corriente del inducido [$M = f(I_i)$], manteniendo $U = cte$. Recuerda que la expresión del par interno es: $M_i = K\, \Phi\, I_i$.

Como en este tipo de motor el flujo es proporcional a la intensidad: $\Phi = K\, I_i$.

$$M_i = K_1\, (I_i)^2$$

Su representación es una parábola, tal como se puede comprobar en la Figura 7.36.

El motor serie desarrolla pares motores superiores a los que proporcionaría un motor derivación del mismo par nominal, lo cual lo hace apropiado para aplicaciones en las que se necesita pares de arranque o de aceleración elevados.

c) Característica mecánica $M = f(n)$

Relaciona la velocidad del motor con su par interno $M = f(n)$. Tal y como señalamos para el motor derivación, puede obtenerse por eliminación gráfica de los valores de la intensidad en las dos características anteriores. Esta curva tiene forma parabólica (Fig. 7.37).

El motor serie mantiene la potencia prácticamente constante y se conoce como motor autorregulado en potencia.

$$P_u = \frac{2\,\pi \cdot n}{60} \cdot M_u$$

E Balance de potencias

Al conectar un motor de corriente continua a la red absorbe una potencia, denominada potencia absorbida, cuyo valor es: $P_{ab} = U\, I$.

De esta potencia, una parte se pierde en forma de calor en los conductores del devanado inductor. Se conoce como potencia perdida en el cobre en el devanado inductor. En general, toma la expresión: $P_{Cu1} = R_{ex}\, (I_{ex})^2$ y el valor de R_{ex} e I_{ex} dependerá del tipo de excitación del motor.

Otra parte de la potencia absorbida se pierde en los conductores del devanado inducido, llamada potencia perdida en el cobre de los conductores del inducido: $P_{Cu2} = r_i\, (I_i)^2$.

Si a la potencia absorbida le restamos la que se pierde en el inductor y en el inducido, obtenemos $P_{ab} - (P_{Cu1} + P_{Cu2}) = P_{ei}$, denominada **potencia eléctrica interna,** cuya expresión se puede escribir de la forma: $P_{ei} = E_b\, I_i$.

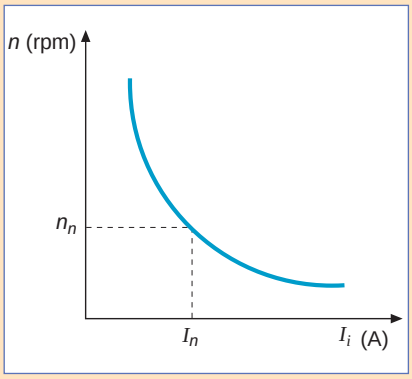


Fig. 7.35. *Curva característica de velocidad de un motor serie.*

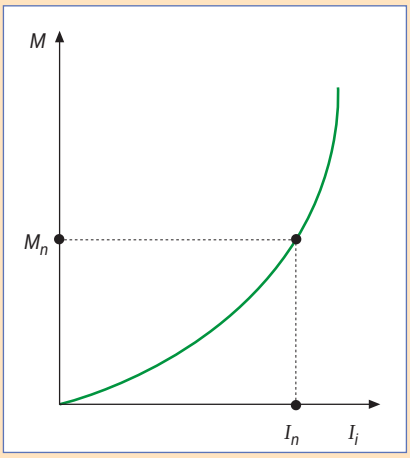


Fig. 7.36. *Curva característica del par de un motor de corriente continua excitación serie.*

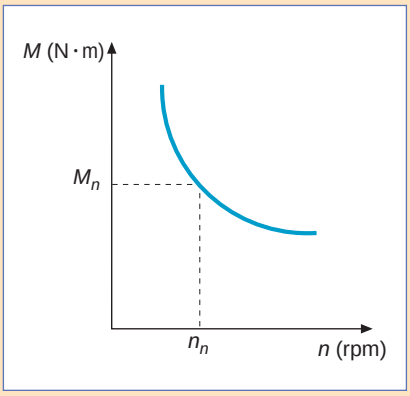


Fig. 7.37. *Curva característica de mecánica de un motor de corriente continua excitación serie.*

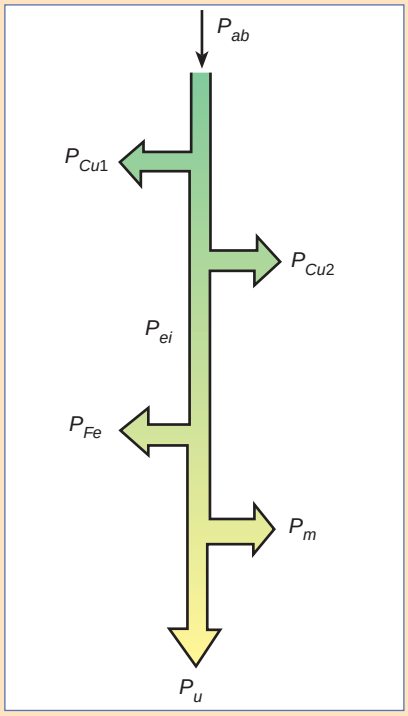


Fig. 7.38. *Balance de potencias de un motor de corriente continua.*

Si a esta potencia le quitamos las **pérdidas en el hierro** (P_{Fe}, se producen en las masas metálicas como consecuencia de estar sometidas a flujos variables) y las **pérdidas mecánicas** (P_m, se producen debido al rozamiento del eje con los cojinetes, así como por los sistemas de ventilación), obtenemos la potencia útil que el motor suministra en el eje:

$$P_u = P_{ei} - (P_{Fe} + P_m)$$

La relación entre la potencia útil y la potencia absorbida, expresada en porcentaje, se denomina **rendimiento:**

$$\eta\ (\%) = \frac{P_u}{P_{ab}} \cdot 100$$

A veces, y como consecuencia de despreciar las P_m y las P_{Fe}, el rendimiento adquiere la siguiente expresión:

$$\eta = \frac{E\,.}{U} \cdot 100$$

La Figura 7.38 muestra en forma de esquema el balance de potencias de un motor de corriente continua.

Ejemplo 6

Un motor de corriente continua excitación derivación se conecta a una red de 150 V, absorbe una intensidad de corriente de 20 A en condiciones nominales de trabajo. Los valores de resistencias son: $r_i = 1\ \Omega$; $r_d = 150\ \Omega$. Si desconectamos la carga del motor y lo conectamos a la tensión nominal, éste absorbe 2 A. Determina las distintas pérdidas y el rendimiento.

Solución

En primer lugar, nos fijaremos en la potencia que absorbe cuando se conecta en vacío:

$P_{vacío} = (P_{Fe} + P_m) + P_{cu1}$ por considerar despreciables las pérdidas en el inducido.

$$P_{vacío} = U\,I_0 = 150 \cdot 2 = 300\ \text{W}$$

$$P_{Cu1} = R_d\,(I_{ex})^2 = r_d\left(\frac{U}{r_d}\right)^2 = 150 \cdot \left(\frac{150}{150}\right)^2 = 150\ \text{W}$$

$$P_{Fe} + P_m = 300 - 150 = 150\ \text{W}$$

A continuación, hacemos el balance de potencias.

$$P_{ab} = U\,I = 150 \cdot 20 = 3\,000\ \text{W}$$

$$P_{Cu1} = 150\ \text{W}$$

$$I = I_i + I_{ex} \text{ y al ser } I_{ex} = \frac{V_{ex}}{r_d}$$

$$I = I_i + \frac{V_{ex}}{r_d} \text{ sustituyendo}$$

$$20 = I_i + \frac{150}{150} \Rightarrow I_i = 20 - 1 = 19\ \text{A}$$

$$P_{Cu2} = r_i\ (I_i)^2 = 1 \cdot 19^2 = 361\ \text{W}$$

$$P_u = P_{ab} - (P_{Cu1} + P_{Cu2} + P_{Fe} + P_m) =$$

$$= 3\,000 - (150 + 361 + 150) = 3\,000 - 661 = 2\,339\ \text{W}$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_{ab}} = \frac{2\,339}{3\,000} = 0{,}779 = 77{,}9\,\%$$

F Arranque de los motores de corriente continua

Sabemos que las condiciones de un motor en marcha dependen de las condiciones de la carga. La primera fase que se presenta en el funcionamiento de un motor y su carga es la del arranque o puesta en marcha. El motor debe realizar un par de arranque mayor al par resistente que ofrece la carga, es decir, se tiene que cumplir: $M_{i_{arranque}} > M_{r_{arranque}}$.

Por otra parte, el valor de la corriente en el inducido en régimen nominal de marcha es: $I_{i_{arranque}} = \dfrac{U - E_b}{r_i}$. En el momento del arranque, al ser la velocidad cero (motor parado), la fuerza contraelectromotriz E_b será cero, por lo que la corriente en el inducido toma la siguiente expresión:

$$I_{i_{arranque}} = \frac{U}{r_i}$$

corriente que, debido al reducido valor de r_i, puede alcanzar valores muy elevados.

El Reglamento Electrotécnico para Baja Tensión (REBT) limita en su instrucción 34 la corriente en el arranque para todos motores con potencia mayor de 0,75 kW.

En concreto, podemos actuar sobre la tensión aplicada al motor o sobre la resistencia del circuito del inducido. Se utiliza preferentemente la primera opción por ser la que menos pérdidas ocasiona, y se realiza intercalando una resistencia de arranque entre la red y el inducido denominada **reóstato de arranque** (R_a) (Fig. 7.39). A medida que el motor acelera, la E_b aumenta, y, por tanto, la corriente se reduce. Durante el proceso de arranque la resistencia se va eliminando poco a poco, hasta desaparecer. Como podemos apreciar en el esquema de la Figura 7.39, el circuito de excitación se toma de la tensión nominal del motor para que circule la I_{ex} nominal y crece el flujo nominal, pues de éste va a depender el par interno que desarrolle el motor.

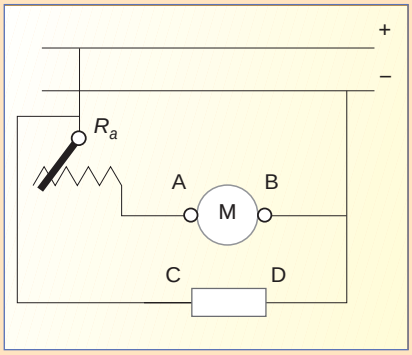


Fig. 7.39. *Conexión de un motor derivación con reóstato de arranque.*

Ejemplo 7

Un motor de corriente continua excitación derivación se conecta a una red de tensión nominal U = 250 V, generando una E_b = 230 V; si las resistencias valen la r_i = 0,5 Ω, y R_d = 250 Ω, determina:

a) La intensidad del inducido.

b) La intensidad de excitación.

c) La intensidad que absorbe de la red.

d) La resistencia de arranque R_a que hay que colocar para que la intensidad en el arranque sea dos veces la intensidad nominal.

Solución

a) $I_i = \dfrac{U - E_b}{r_i} = \dfrac{250 - 230}{0{,}5} = 40 \text{ A}$

b) $I_{ex} = \dfrac{U}{R_d} = \dfrac{250}{250} = 1 \text{ A}$

c) $I = I_i + I_{ex} = 40 + 1 = 41 \text{ A}$

d) $I_{ia} = 2 \cdot I_i = 2 \cdot 40 = 80 \text{ A}$

$$I_{ia} = \frac{U}{r_i + R_a} \Rightarrow R_a = \frac{U - r_i\, I_{ia}}{I_{ia}} = \frac{250 - 0{,}5 \cdot 80}{80} = 2{,}62\ \Omega$$

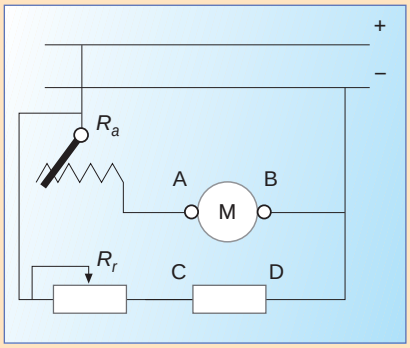


Fig. 7.40. *Motor excitación derivación con reóstato de arranque (R_a).*

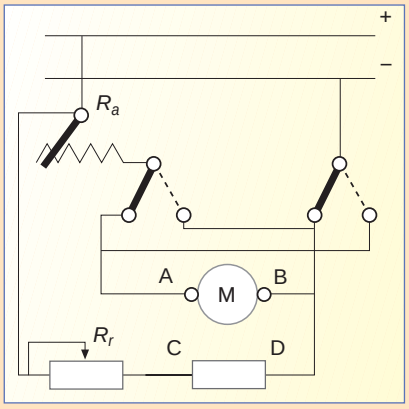


Fig. 7.41. *Inversión de giro de un motor derivación.*

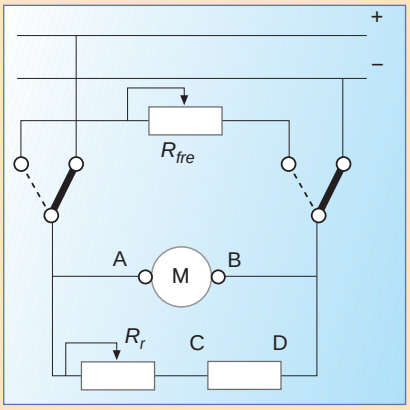


Fig. 7.42. *Frenado reostático de un motor de corriente continua excitación derivación.*

G Regulación de la velocidad

La regulación de la velocidad tiene por objeto mantener la velocidad en un valor prefijado. La velocidad de régimen está condicionada por la igualdad de par motor y resistente, definida en el punto de intersección de las respectivas características mecánicas (motor y carga). El problema de la regulación de la velocidad consiste en actuar sobre los siguientes parámetros:

$$n = \frac{Eb}{Kb\,\Phi} = \frac{U - r_i\, I_i}{Kb\,\Phi}$$

Si queremos regular la velocidad tendremos que actuar, según la expresión anterior, sobre la tensión aplicada o sobre el flujo. Podemos actuar sobre la tensión aplicada con uno de estos métodos:

- Intercalando una resistencia en serie con el inducido (regulación por resistencia).
- Variando la tensión de alimentación (regulación por control de tensión).

Si actuamos sobre el flujo, tendremos que regular la corriente de excitación mediante la conexión de un reóstato que, en función del tipo de motor, se conectará de una forma o de otra, según se aprecia en la Figura 7.40.

H Inversión del sentido de giro

Los motores eléctricos pueden funcionar en ambos sentidos de giro, sólo con cambiar las conexiones del inducido con respecto al inductor (Fig. 7.41).

El sentido del par motor depende de campo magnético y del sentido de la corriente en los conductores del inducido, por lo que se deduce que bastará con invertir las conexiones relativas del inductor y del inducido.

Si el cambio tiene lugar cuando la máquina está parada, es indistinto cambiar las conexiones del inductor o del inducido, aunque se recomienda cambiar estas últimas.

Si la inversión se realiza en marcha, es obligado cambiar las conexiones del inducido y no las del inductor, pues si se realiza esto último, el motor se quedaría sin excitación. Antes de proceder a la inversión, es indispensable intercalar toda la resistencia del reóstato de arranque.

I Frenado de los motores de corriente continua

Existen aplicaciones en las que es necesario parar o disminuir la velocidad del motor en tiempos más o menos cortos. Puede servir como ejemplo la tracción eléctrica: si un motor de corriente continua va tirando de un tren, será necesario pararlo cuando llegue a la estación o disminuir la velocidad al bajar una pendiente.

El frenado de los motores de corriente continua se basa en el principio de reversibilidad que este tipo de máquinas posee. Es decir, en el momento de frenar el motor, éste pasa a funcionar como generador, por lo que se invierte el sentido del par motor. A este tipo de frenado se le conoce con el nombre de frenado eléctrico, y puede efectuarse de dos modos distintos:

- Frenado reostático: consiste en disipar la energía que se genera al actuar como generador sobre unas resistencias de frenado, que suelen ser las mismas que se utilizan para el arranque. El esquema de este tipo de frenado se puede ver en la Figura 7.42.
- Frenado regenerativo: consiste en devolver la energía generada a la línea de alimentación.

7.9 Motores de corriente alterna trifásicos. Constitución y principios de funcionamiento

A Constitución del motor

Los motores de corriente alterna están constituidos por el estator y el rotor.

- **Estator** o parte fija (Fig. 7.43) formado por chapas magnéticas aisladas y ranuradas interiormente. En estas ranuras introducimos un devanado trifásico (formado por tres devanados monofásicos exactamente iguales, cada uno de los cuales ocupa un tercio de las ranuras totales).
- **Rotor** o parte móvil, está formado por chapas magnéticas aisladas y ranuradas exteriormente. En el devanado del rotor existen dos posibilidades:
  - Barras de cobre o aluminio que se inyecta en esas ranuras, cortocircuitadas en ambos extremos, lo que da lugar a los motores trifásicos asíncronos de rotor en cortocircuito.
  - Devanado trifásico similar al del estator, que da lugar a los motores asíncronos de rotor bobinado.

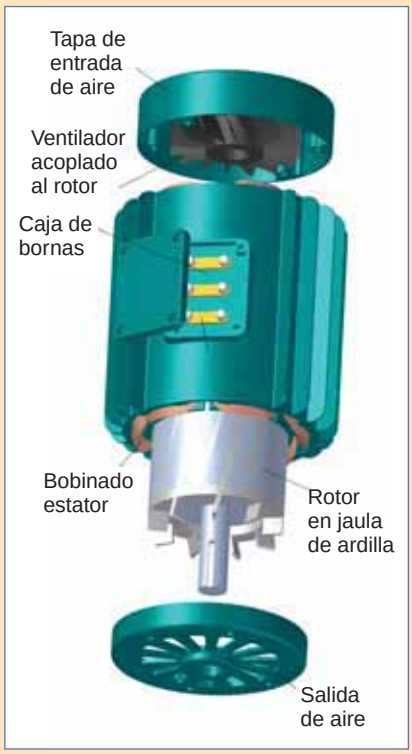


Fig. 7.43. *Motor de corriente alterna.*

La separación de aire existente entre el estator y el rotor se denomina **entrehierro.** En la Figura 7.43 se observa la disposición del rotor, del estator y del entrehierro de un motor de corriente alterna.

El principio de funcionamiento se basa en el campo magnético giratorio que crea una corriente alterna trifásica. El motor representado en la Figura 7.44 está formado por un par de polos por fase con su correspondientes devanados, cuyos finales están unidos en un punto común. Aplicamos un sistema trifásico de tensiones equilibradas por los principios de los devanados.

Las corrientes que circulan en cada momento son las representadas en la Figura 7.44. Por ejemplo, en el instante 1 (0°) la intensidad en la fase *a* tiene un valor de 10 A y es positiva (va de principio a final del devanado), mientras en las fases *b* y *c* las corrientes son de 5 A y son negativas (van del final al principio). Si aplicamos la regla del sacacorchos, podemos determinar el sentido del campo magnético en ese instante.

En el instante 2 (60°), actuando de la misma forma vemos que el campo magnético ha girado 60°, y así sucesivamente hasta llegar al instante 7, donde se repite la posición primera.

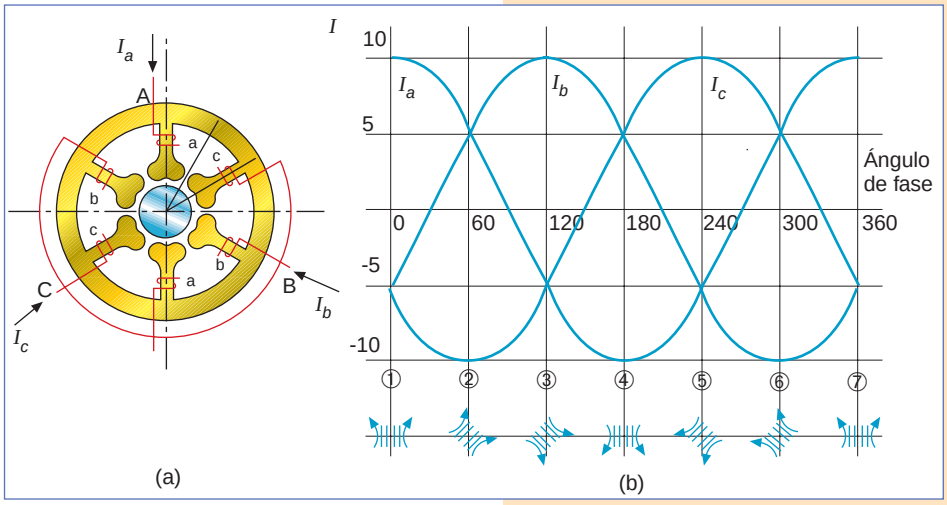


Fig. 7.44. *a) Constitución de estator de un motor trifásico. b) corrientes que circulan y campo magnético desarrollado en el estator del motor.*

El campo magnético resultante gira a una frecuencia de *f* vueltas por segundo. Si la máquina tiene *p* pares de polos, la velocidad, expresada en revoluciones por minuto, sería:

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p}$$

donde:

f_1 = frecuencia (Hz).

p = número de pares de polos de la máquina.

A esta velocidad se le denomina **velocidad síncrona** y es la que efectúa la división de las máquinas de corriente alterna en síncronas (rotor girando a la velocidad de sincronismo) y asíncronas (el rotor gira a una velocidad menor que la de sincronismo).

Pero vamos a retomar el principio de funcionamiento de los motores trifásicos. El campo magnético giratorio corta los conductores del rotor e induce en ellos una fuerza electromotriz E_2. Al estar dichos conductores cortocircuitados, se originan unas corrientes elevadas y en consecuencia, un campo magnético que reacciona con el del estator, lo que da lugar a un flujo común giratorio.

Las corrientes inducidas y el flujo determinan un par de giro sobre el rotor con el mismo sentido que el del campo magnético giratorio. La expresión que toma el par en un motor de corriente alterna trifásico es el siguiente:

$$M = K\,\Phi\,I_1 \cos\varphi_r$$

donde:

Φ = flujo magnético (Wb).

I_1 = corriente rotórica (A).

$\cos\varphi_r$ = coseno del ángulo que forman las tensiones y la corriente rotórica.

El rotor seguirá el giro del campo magnético, pero a una velocidad menor denominada n_2. A la diferencia de velocidades del campo y del rotor se le llama **deslizamiento absoluto** (d):

$$d = n_1 - n_2$$

Si esta diferencia de velocidades se expresa en función de la velocidad del campo magnético, se obtiene el deslizamiento relativo:

$$S = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

Esta expresión también se puede dar en porcentaje.

Ejemplo 8

Un motor de corriente alterna se conecta a una red de 50 Hz. Determina la velocidad de rotación del campo magnético, así como la velocidad de rotor, si sabemos que el deslizamiento es del 4 % y que el número de polos de la máquina es 4:

Solución

En primer lugar, determinamos la velocidad n_1:

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = \frac{3\,000}{2} = 1\,500 \text{ rpm}$$

$$S\,\% = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \cdot 100 \Rightarrow 4 = \frac{1\,500 - n_2}{1\,500} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$n_2 = 1\,500 - \left(\frac{4 \cdot 1\,500}{100}\right) = 1\,440 \text{ rpm}$$

Ejemplo 9

Un motor de corriente alterna trifásico tiene 8 polos y gira a 700 rpm cuando trabaja a potencia nominal. Determina: a) la velocidad del campo magnético. b) El deslizamiento absoluto. c) El deslizamiento relativo.

Recuerda

En los sistemas trifásicos hay dos tipos de conexiones para las bobinas de los motores: la conexión en estrella y la conexión en triángulo.

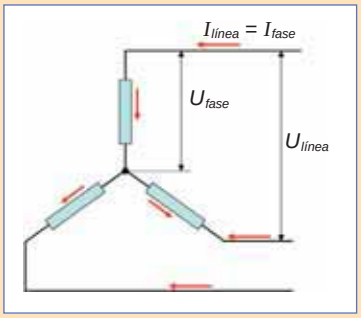


Fig. 7.45. *Conexión en estrella.*

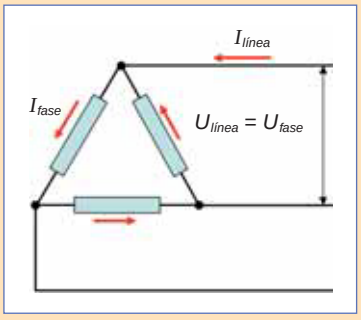


Fig. 7.46. *Conexión en triángulo.*

En la **conexión en triángulo** las tensiones de línea y fase coinciden. Así, si la línea es de 380 V cada una de las fases está conectada a una diferencia de potencial de 380 V.

En la conexión en triángulo la intensidad de línea es raíz de tres veces superior a la intensidad de fase $I_L = \sqrt{3} I_F$. Es decir, si el amperímetro marca en una de las líneas 7,5 A en la fase marcaría aproximadamente 4,3 A.

En la **conexión en estrella** la tensión de línea es raíz de tres veces mayor que la tensión de fase $U_L = \sqrt{3} U_F$. Es decir, si la tensión de la línea es de 380 V, cada una de las fases está conectada a una diferencia de potencial de 220 V; las intensidades de línea y fase coinciden. Así, si en la línea el amperímetro marca 5 A, en la fase indicará lo mismo.

Solución

a) $n_1 = \dfrac{60 \cdot f_1}{p} = \dfrac{60 \cdot 50}{4} = 750$ rpm

b) $d = n_1 - n_2 = 750 - 700 = 50$ rpm

c) $S = \dfrac{d}{n_1} = \dfrac{50}{750} = 0{,}066 \Rightarrow 6{,}66\,\%$

B Conexión de un motor trifásico

Para simplificar, vamos a suponer que se trata de un motor trifásico de rotor en cortocircuito. Disponemos de tres devanados iguales distribuidos en las ranuras del estator, tal como podemos observar en el esquema representado en la Figura 7.47.

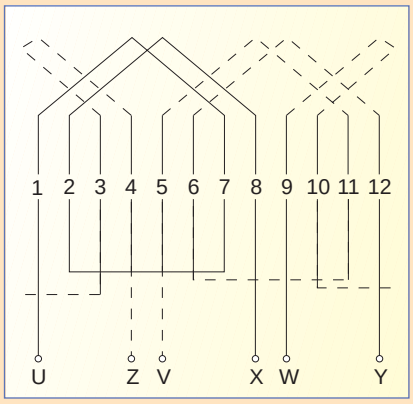


Fig. 7.47. *Bobinado del estator de un motor trifásico.*

Los tres principios y los tres finales se llevan a una caja de bornes en la que se realizan las conexiones, según se muestra en la Figura 7.48.

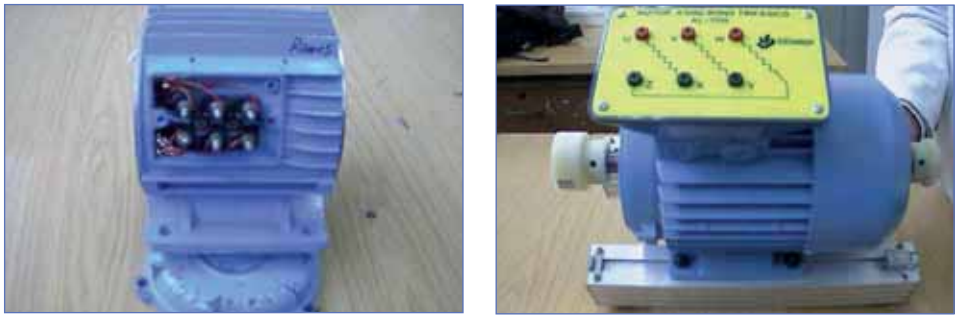


Fig. 7.48. *Diversas formas de mostrar la caja de bornes de un motor trifásico.*

El motor se puede conectar en estrella (si se unen los finales en un solo punto) o en triángulo (uniendo principio con final), tal como aparece en la Figura 7.49.

En la conexión estrella se cumple: $U_L = \sqrt{3}\, U_f$; $I_L = I_f$

En la conexión triángulo se cumple: $U_L = U_f$; $I_L = \sqrt{3}\, I_f$

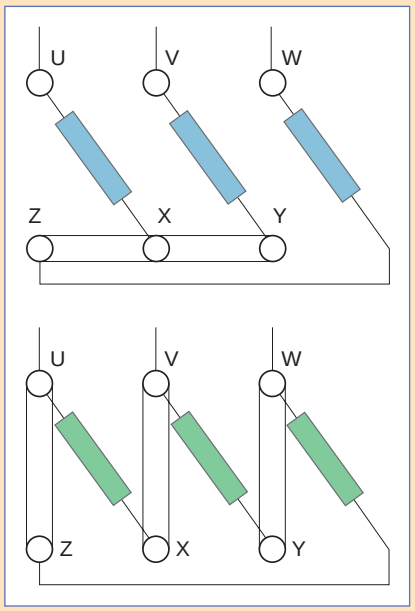


Fig. 7.49. *Conexión estrella y triángulo de los bornes de un motor.*

Un motor lleva en su placa de características dos tensiones: por ejemplo, 230/400 V. Debemos saber que el motor siempre tendrá entre los extremos de cualquier devanado la menor de las tensiones, en nuestro ejemplo, 230 V.

Si conectamos el motor a una línea de 230 V de tensión, la conexión será triángulo. Por el contrario, al conectarlo a una línea de 400 V, la conexión será estrella para que en los extremos de los devanados tengamos 230 V.

Curvas características

El comportamiento de los motores de corriente alterna se estudia a través de sus curvas características, entre las que destacan:

a) Característica de velocidad: $n = f(P)$; U = cte.; f = cte.

Representa la velocidad del motor en función de la potencia que suministra, manteniendo la tensión y la frecuencia constantes.

En la Figura 7.50 podemos ver que la velocidad se reduce muy poco (entre el 2 % y el 5 %) al aumentar la potencia que suministra, es decir, la carga.

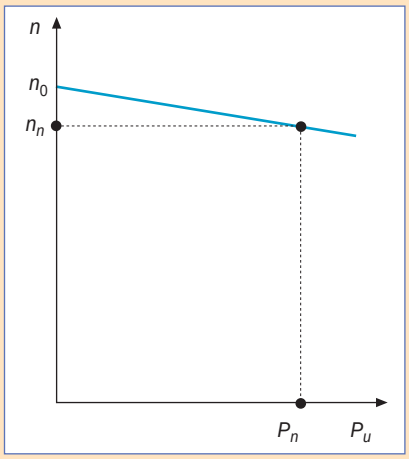


Fig. 7.50. *Característica de velocidad.*

b) Curva característica de consumo: I = f (P); U = cte.; f = cte.

Simboliza la corriente que el motor absorbe de la red en función de la potencia suministrada, manteniendo la tensión y la frecuencia constantes.

En la Figura 7.51 podemos observar que la corriente se incrementa a medida que aumenta la carga, pero no según una función lineal. La corriente que el motor absorbe en vacío está comprendida entre el 25 % y el 50 % de la nominal.

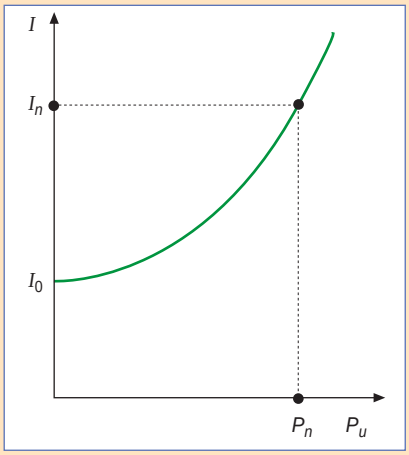


Fig. 7.51. *Característica de consumo.*

c) Curva característica de factor de potencia: cos φ = f (P); U = cte.; f = cte.

Informa sobre cómo varía el factor de potencia en función de la potencia que suministra el motor, manteniendo la tensión y la frecuencia constantes. Tiene interés para conocer el consumo de energía reactiva. En la Figura 7.52 podemos comprobar que el factor de potencia con cargas muy bajas es muy pequeño; en vacío está cercano a 0,2. En el punto de potencia nominal suele tener el valor máximo de factor de potencia.

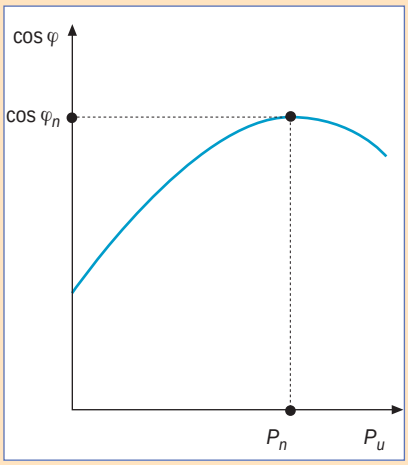


Fig. 7.52. *Característica de factor de potencia.*

d) Curva de rendimiento: η = f (P); U = cte.; f = cte.

Indica cómo varía el rendimiento de la máquina en función de la potencia que suministra.

En la Figura 7.53 se observa que la forma de la curva aumenta muy rápidamente hasta llegar a un valor máximo, en el cual las pérdidas fijas (P_{Fe} + P_m) son iguales a las variables *(P_{Cu}),* para luego disminuir de manera más o menos lenta.

e) Característica mecánica: M = f (n); U = cte.; f = cte.

Indica cómo varía el par en función de la velocidad del motor. En la Figura 7.54 podemos observar que la ordenada en el origen corresponde al par de arranque (M_a). A medida que la velocidad aumenta, también suele aumentar el par hasta llegar al valor de par máximo ($M_{máx}$). A partir de ese punto, la velocidad se reduce muy lentamente, hasta llegar al valor de la velocidad síncrona (n_s), donde el par suministrado por la máquina es cero.

En vacío, la máquina gira a una velocidad próxima a la de sincronismo (n_0).

En la característica mecánica podemos estudiar los tres puntos críticos de funcionamiento, que son el arranque, el funcionamiento en vacío y el funcionamiento estable en carga.

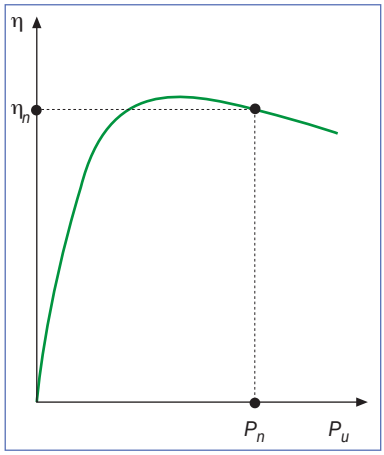


Fig. 7.53. *Característica de rendimiento.*

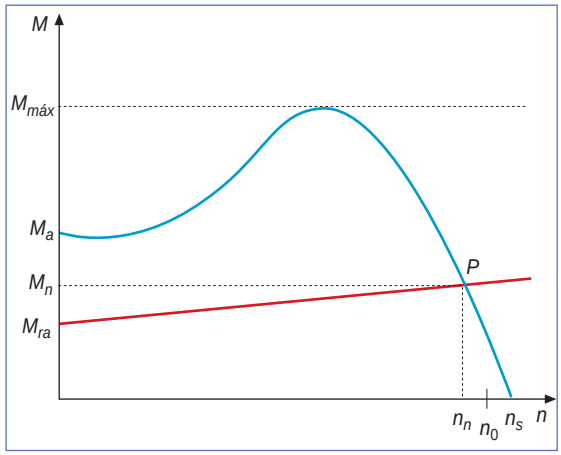


Fig. 7.54. *Característica mecánica.*

- **Arranque**

En el momento del arranque la velocidad es cero y el par de arranque del motor *(M_a)* debe ser mayor que el par resistente de la carga *(M_{ra}).*

- **Funcionamiento en vacío**

Si el motor trabaja en vacío, la velocidad *(n_o)* está próxima a la de sincronismo, debido a que el motor no suministra potencia útil. El único par que desarrolla el motor es el que corresponde a compensar las pérdidas.

- **Funcionamiento estable en carga**

El punto de funcionamiento *(P)* es aquel en el cual se cruzan las características del motor y de la carga (Fig. 7.54). En este momento se tiene:

$$M_{motor} = M_{carga}$$

La velocidad y el par en ese momento son M_n y n_n, si suponemos que la carga es la nominal.

Balance de potencias

Al conectar el motor a la red, absorbe una potencia activa y reactiva:

$$P = \sqrt{3}\, U_L \cos \varphi \text{ (W)}$$

$$Q = \sqrt{3}\, U_L\, I_L \operatorname{sen} \varphi \text{ (VA}r\text{)}$$

cuya suma vectorial será la potencia aparente $\vec{S} = \vec{P} + \vec{Q}$ y cuyo módulo es: $\sqrt{3}\, U_L\, I_L$ (*VA*).

$\cos \varphi = \dfrac{P}{S}$ es la expresión del factor de potencia del motor, que nos indica, en tanto por uno, la cantidad de potencia que se convierte en efectiva de la total absorbida.

Si hablamos en términos de potencia activa, el motor absorbe una potencia *P* (W). Los motores de corriente alterna, al igual que los de continua tienen las siguientes pérdidas:

- Pérdidas en el cobre:

  En los conductores del estator: $P_{Cu1} = 3 \cdot R_1\, (I_1)^2$ (W).

  En los conductores del rotor: $P_{Cu2} = 3 \cdot R_2\, (I_2)^2$ (W).

- Pérdidas en el hierro (P_{Fe}) debidas al ciclo de histéresis y a las pérdidas por corrientes de Foucault.
- Pérdidas mecánicas (P_m).

En la Figura 7.55 aparece el esquema del balance de potencias de un motor de corriente alterna.

La relación entre la potencia absorbida *(P)* y la potencia útil *(P_u)* es, como ya sabe, el rendimiento.

Ejemplo 10

Un motor trifásico 230/400 V se conecta a una línea de 230 V de tensión. Absorbe una intensidad de corriente de 18 A, con un factor de potencia de 0,78. Sabemos que la resistencia de una fase del estator es de 1,5 Ω. Las pérdidas en el cobre en le rotor son iguales a las del estator y las pérdidas en el hierro más las mecánicas son la mitad de las del cobre en el estator. Determina:

a) La conexión del motor. Intensidades y tensiones de línea y de fase.

b) El valor de las diferentes pérdidas.

c) El rendimiento del motor.

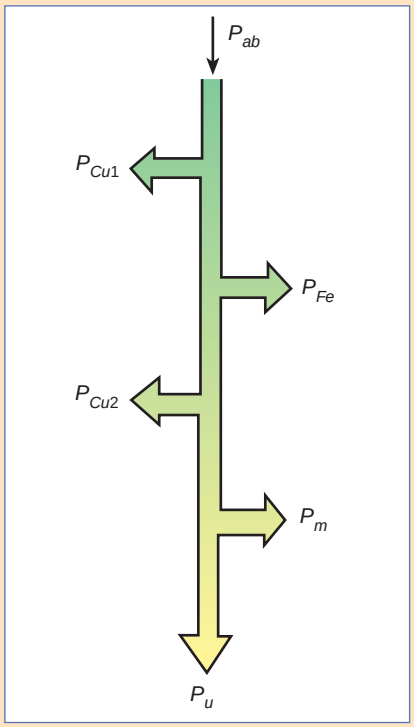


Fig. 7.55. *Representación esquemática del balance de potencias.*

Solución

a) La conexión correcta es triángulo. Como ya sabemos, en la conexión triángulo se cumple que:

$U_L = U_f = 230$ V

$$I_f = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{18}{\sqrt{3}} = 10{,}39 \text{ A}$$

b) $P_{Cu1} = 3 \cdot R_1 \ (I_1)^2 = 3 \cdot 1{,}5 \cdot (10{,}39)^2 = 486$ W)

$P_{Cu2} = P_{Cu1} = 486$ W

$$P_{Fe} + P_m = \frac{P_{Cu1}}{2} = \frac{486}{2} = 243 \text{ W}$$

$P_{pT} = P_{Cu1} + P_{Cu2} + P_{Fe} + P_m = 486 + 486 + 243 = 1\,215$ W

c) $P = \sqrt{3}\, U_L\, I_L \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 18 \cdot 0{,}78 = 5\,593$ W

$P_u = P - P_{pT} = 5\,593 - 1\,215 = 4\,378$ W

$$\eta\ (\%) = \frac{P_u}{P} \cdot 100 = \frac{4\,378}{5\,593} \cdot 100 = 78{,}27\ \%$$

C Procedimientos de arranque

Al conectar los motores a la red, éstos absorben una intensidad de corriente muy elevada, lo que puede producir anomalías en las redes de distribución de energía eléctrica, tanto privadas como públicas.

El REBT, en la instrucción 34, establece que los motores de más de 0,75 kW estarán provistos de dispositivos de arranque, de forma que no permitan que la relación de la corriente de arranque a la nominal sea superior a un valor señalado, que está en función de la potencia del motor.

Los procedimientos que se utilizan en el arranque se clasifican según el tipo de motor, es decir, si el motor es de rotor en cortocircuito o es de rotor bobinado.

Arranque de motores de rotor en cortocircuito

a) Arranque directo

Consiste en cerrar el contactor K_1; el motor se conecta a la tensión nominal de la red en un solo tiempo, según se puede apreciar en la Figura 7.56. Mientras el motor esté funcionando queda protegido contra sobrecargas por el relé térmico RT_1 y contra cortocircuitos por los fusibles F_1. La intensidad en el arranque es del orden de 3 a 8 veces la intensidad nominal, mientras que el par de arranque es de 1 a 1,5 veces el par nominal.

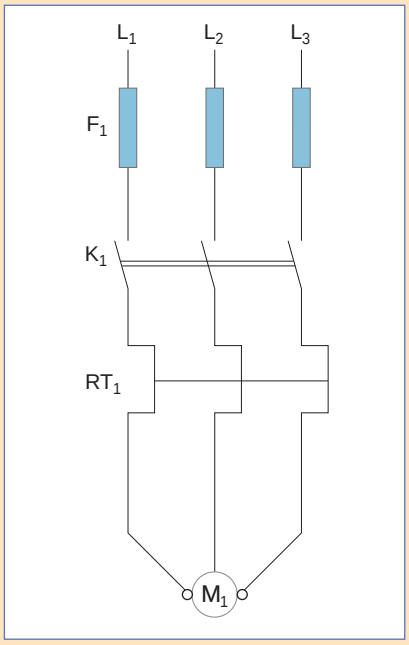


Fig. 7.56. *Arranque directo de un motor trifásico.*

b) Arranques basados en disminuir la tensión de alimentación

En primer lugar, debemos saber que cualquier método de arranque que se base en reducir la tensión aplicada al estator, reducirá la corriente absorbida de la línea y el par. La corriente se reduce en la misma relación en que disminuye la tensión y el par en relación cuadrática.

$$I = K\, U$$

$$M = K_1\, U^2$$

1. Arranque estrella-triángulo: se trata de un método basado en la relación que existe entre la tensión de línea y la tensión de fase. Es un método aplicable a los motores preparados para trabajar en triángulo, la conexión en estrella es

transitoria. El esquema de puesta en marcha aparece en la Figura 7.57.

En el momento de establecer la conexión del motor a la red, se realiza en él la conexión estrella (se cierran los contactores K_1 y K_3), por lo que el devanado del motor queda sometido a una tensión ($U_L \backslash \sqrt{3}$). Cuando el motor alcanza una cierta velocidad de giro, se conecta en triángulo (se abre K_3 y se cierra K_2), pasando a aplicarle al motor la tensión de línea (U_L).

La relación entre el par de arranque en triángulo y el par de arranque en estrella lo podemos deducir de la expresión:

$$\frac{M_{a\Delta}}{M_{aY}} = \frac{KU_L^2}{K\left(U_L/\sqrt{3}\right)^2} = 3 \Rightarrow M_{a\Delta} = 3 \cdot M_{aY}$$

La relación entre intensidad en triángulo e intensidad en estrella también se puede deducir así:

$$I_{L\Delta} = \frac{U_L \cdot \sqrt{3}}{Z_F}; \quad I_{LY} = \frac{U_L/\sqrt{3}}{Z_F}$$

De las expresiones anteriores rápidamente se llega a la conclusión:

$$\frac{I_{L\Delta}}{I_{LY}} = 3$$

La característica par en función de la velocidad y la característica intensidad en función de la velocidad, en el arranque estrella triángulo se muestra en la Figura 7.58.

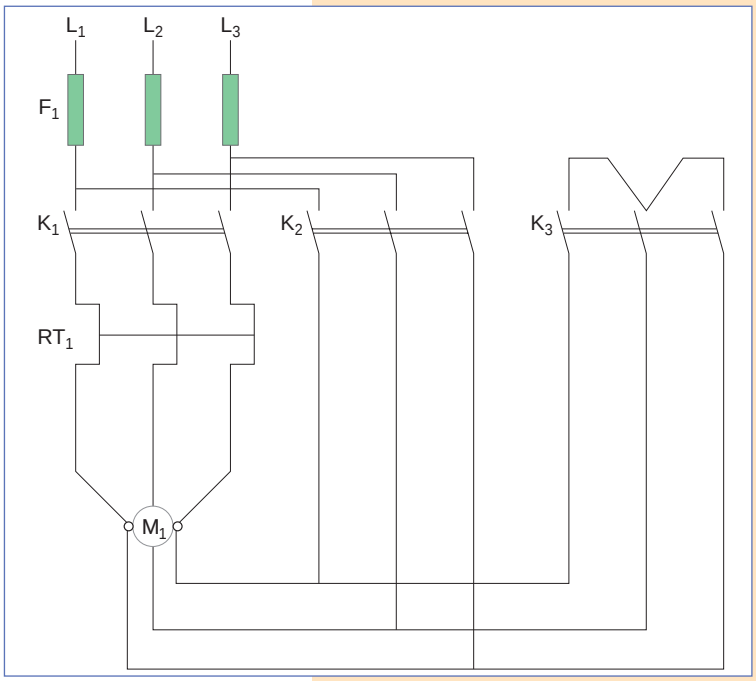


Fig. 7.57. *Arranque estrella-triángulo.*

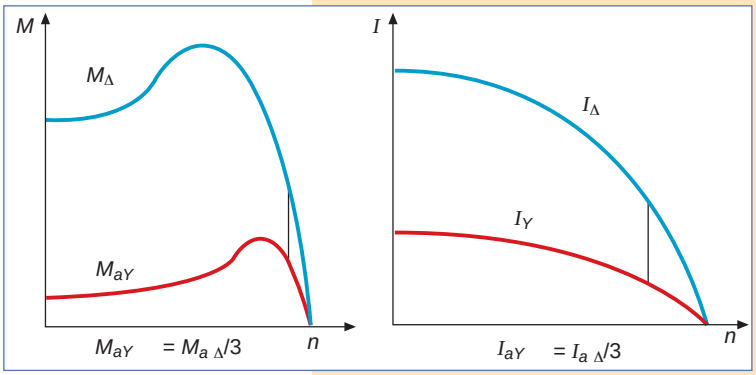


Fig. 7.58. *Característica par e intensidad en función de la velocidad de arranque estrella-triángulo.*

2. Arranque por autotransformador: utiliza un autotransformador para reducir la tensión en el momento del arranque. A medida que el motor acelera se aplica más tensión.
3. Arranque por resistencias estatóricas: consiste en intercalar en cada fase del motor una resistencia que se reduce a medida que el motor adquiere velocidad.
4. Arranque electrónico: los arrancadores electrónicos pertenecen al grupo de equipos de electrónica de potencia. Se componen de dos tiristores en antiparalelo, montados en fase con cada una de las bobinas del estator (Fig. 7.59).

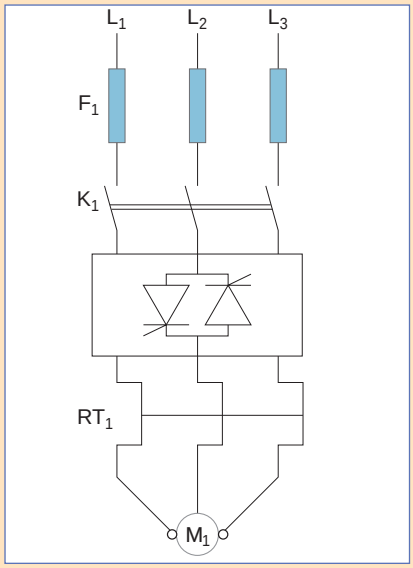


Fig. 7.59. *Esquema de un arrancador electrónico.*

Uno de los procesos que se sigue en este tipo de arranque es arrancar con una rampa progresiva de tensión. Al reducir la tensión en bornes del motor, se logra que disminuya el par de aceleración y el motor arranca de una forma suave. Por esta razón, a este tipo de arrancadores también se les denomina arrancadores suaves.

Arranque de motores de rotor bobinado

Los motores de rotor bobinado se arrancan intercalando varios grupos de resistencias en el circuito del rotor, de forma que el motor arranca con toda la resistencia intercalada. A medida que el motor adquiere revoluciones, se eliminan grupos de resistencias hasta alcanzar la velocidad nominal. El cir-

cuito de puesta en marcha de este tipo de motores se puede ver en la Figura 7.60.

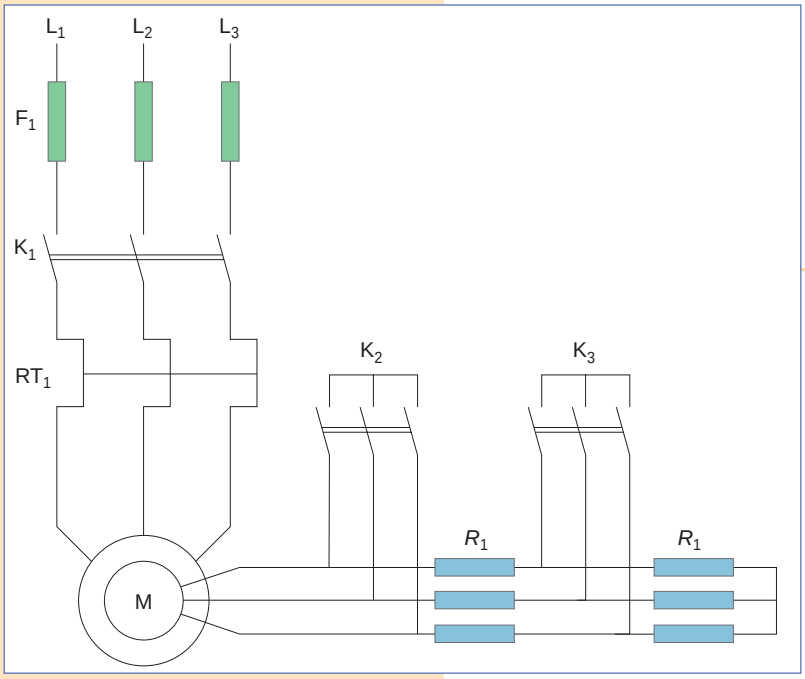


Fig. 7.60. *Arranque de un motor de rotor bobinado.*

En este tipo de arranque, además de reducir la corriente que el motor absorbe en el momento del arranque, se puede trabajar siempre a par máximo. Para ello, se debe elegir adecuadamente el valor de la resistencias rotóricas.

D Regulación de la velocidad

El motor de corriente alterna ofrece mejores características que el de corriente continua en cuestiones tan importantes como la robustez y la fiabilidad. Hasta hace poco tiempo, la regulación de la velocidad de los motores de corriente alterna era un verdadero problema, se limitaba a los métodos tradicionales. Recordamos que la velocidad del rotor de un motor de inducción se deduce de la expresión:

$$S = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 = (1 - S)\, n_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n_2 = \frac{(1 - S) \cdot 60 \cdot f_1}{p}$$

que indica que la velocidad de un motor puede controlarse de dos maneras:

- Variando la velocidad de sincronismo, esto es, modificando el número de pares de polos y cambiando la frecuencia.
- Modificando el deslizamiento, variando la característica *(M-n),* es decir, cambiando la tensión aplicada al motor.

Vamos a analizar algunos de estos métodos.

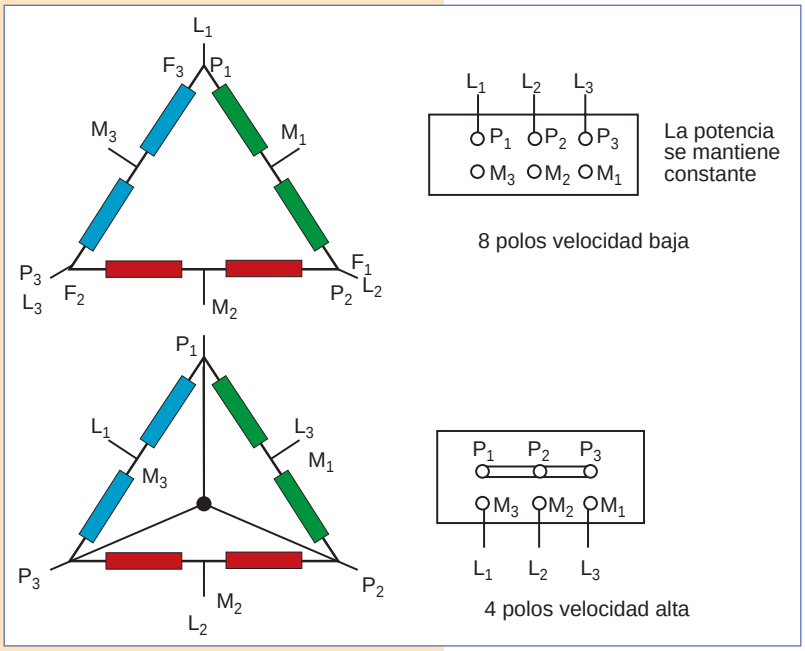


Fig. 7.61. *Conexión Dhalander triángulo doble estrella.*

Control por cambio del número de polos

Si aumentamos el número de polos, por ejemplo de 2 a 4, la velocidad del motor disminuirá de *n* a *n/2,* o sea, será la mitad. Es uno de los métodos utilizados desde hace muchísimos años y se trata de un control a saltos.

Solamente se puede hacer en motores de jaula de ardilla, ya que el número de polos del estator y del rotor deben ser iguales, y estos motores lo adaptan automáticamente.

En la práctica, se utilizan los llamados arrollamientos de polos conmutables, cuya relación de polos es 2:1. Entre las diversas soluciones está la proporcionada por la conexión Dhalander. En la Figura 7.61 se observa la conexión más característica, denominada triángulo-doble estrella.

En la conexión triángulo, el número de polos del motor es el mayor posible y le corresponde la velocidad lenta.

En la conexión doble estrella, el número de polos es el menor y le corresponde la velocidad mayor.

Control por modificación de la frecuencia

Durante muchos años, este método resultó muy problemático de aplicar. Actualmente, y gracias al desarrollo de los componentes electrónicos semiconductores, el motor de inducción se puede controlar electrónicamente por variación de la frecuencia de alimentación.

Para el correcto funcionamiento de estos motores se debe trabajar a par constante, por lo que una variación en la frecuencia ha de llevar aparejada una disminución de la tensión.

Regulación de la velocidad actuando sobre la tensión aplicada

Se trata de un método muy limitado. Se utiliza solamente en pequeños motores de inducción. En la Figura 7.62 se aprecia que, con el 70 % de la tensión de alimentación, el motor alcanza una velocidad *n* **,** inferior al valor de *n,* que es la velocidad que alcanza con el 100 % de la tensión de alimentación.

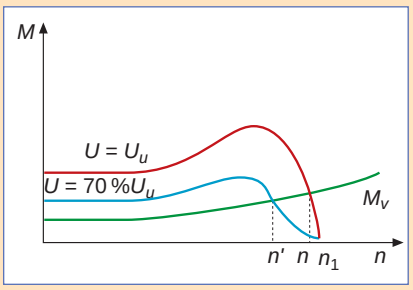


Fig. 7.62. *Regulación de la velocidad de la tensión aplicada.*

E Frenado de los motores asíncronos

Al igual que en los motores de corriente continua, en los de corriente alterna existen aplicaciones en las que es necesario frenar el sistema.

Los sistemas que se emplean son dos, el frenado regenerativo y el dinámico.

El **frenado regenerativo** suele utilizarse en aplicaciones de montacargas y grúas para limitar la velocidad de descenso. Consiste en que el motor pase a trabajar como generador; para ello basta con mantener el estator conectado a la red y hacer que la velocidad del rotor supere la velocidad de sincronismo.

El **frenado dinámico** consiste en desconectar el motor de la red y aplicarle una corriente continua al devanado del estator. Éste, al ser recorrido por corriente continua, crea un campo magnético estacionario. Este campo magnético induce corrientes en el rotor, mientras éste se mantenga girando, que producen un par opuesto al del giro que hace que el motor frene.

Recuerda

La velocidad de sincronismo se da por:

$$n_1 = \frac{60\, f_1}{p}$$

f_1 es la frecuencia de la corriente de la red (en Europa son 50 Hz y en EE UU 60 Hz). n es el número de pares de polos del motor.

7.10 Motores monofásicos

En muchas aplicaciones industriales y domésticas no se pueden utilizar los motores trifásicos, pues el suministro de energía eléctrica es monofásico. Por ello, se necesitan motores monofásicos.

Los motores monofásicos más importantes son los de inducción y los de colector. Estos últimos son muy parecidos a los de excitación serie de corriente continua, por lo que centraremos nuestra explicación en los primeros. Los motores monofásicos de inducción son similares a los trifásicos con rotor en cortocircuito.

El estator está ranurado y en sus ranuras suelen existir dos devanados. El primero es el devanado principal o de trabajo, y ocupa dos tercios de las ranuras totales.

El segundo es un devanado auxiliar o de arranque, ocupa el tercio de las ranuras restantes y, como su nombre indica, lo utilizaremos para ayudar a arrancar el motor.

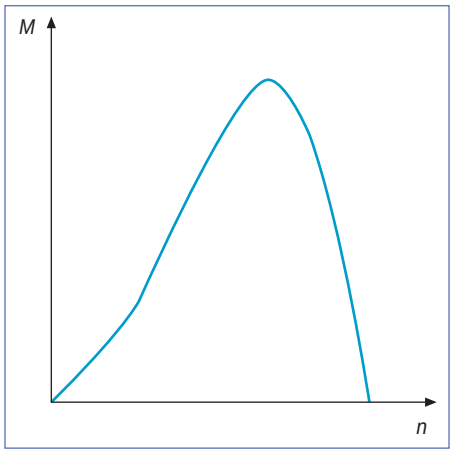


Fig. 7.63. *Curva par-velocidad de un motor monofásico de corriente alterna.*

Al aplicar una corriente alterna monofásica al devanado principal, se produce un campo alternativo de eje fijo en el espacio, que puede ser considerado como la suma de dos campos giratorios cuya amplitud es la mitad y de sentidos opuestos, que hacen que el motor no pueda arrancar por sí solo.

En la Figura 7.63 podemos observar en la característica par velocidad que el par de arranque es cero.

Si conseguimos proporcionar un par por algún sistema, el motor se pondrá a girar en el sentido del par. Básicamente, en los motores monofásicos se emplean dos métodos, muy parecidos, para hacer que el motor arranque.

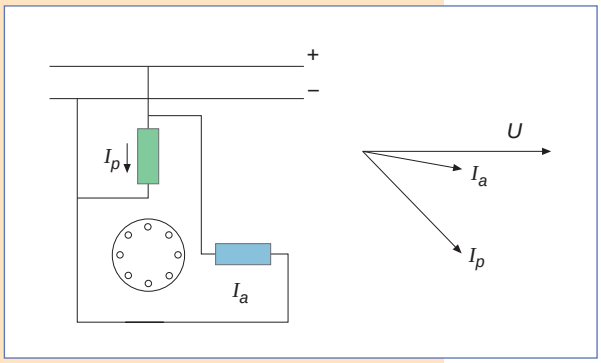


Fig. 7.64. *Esquema de conexiones y diagrama vectorial de un motor monofásico de fase partida.*

El primer método consiste en colocar un devanado auxiliar desfasado en el espacio 90° eléctricos con respecto al principal. Además, las características eléctricas de este devanado son diferentes a las del devanado principal, y esto hace que las corrientes estén desfasadas. En la Figura 7.64, se muestra el esquema de conexiones, así como el diagrama vectorial de tensión e intensidades.

Estas dos corrientes, más o menos desfasadas, producen un campo magnético giratorio que provoca el arranque del motor. Una vez puesto el motor en marcha, se puede desconectar el devanado auxiliar.

El segundo método está basado en conectar un condensador en serie con el devanado auxiliar. De esta forma se consigue que las corrientes estén desfasadas casi 90°, con lo que el par de arranque será mayor.

Tanto en este tipo de motor (Fig. 7.65), denominado de **arranque por condensador,** como en el anterior, denominado de **fase partida,** se suele colocar un interruptor centrífugo en el circuito auxiliar, de tal forma que éste se abre cuando el motor alcanza un número de revoluciones próximo al nominal.

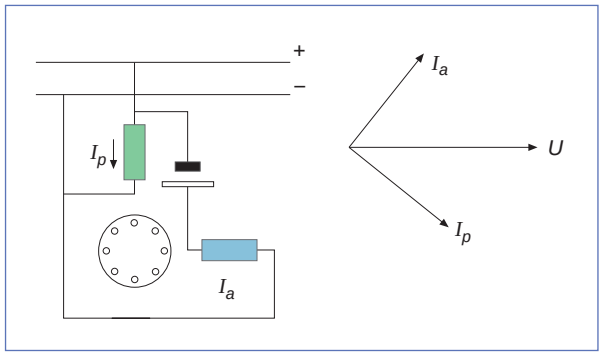


Fig. 7.65. *Esquema de conexiones y diagrama vectorial de un motor monofásico de arranque por condensador.*

1 Un tesla es:
a) La unidad de inducción magnética en el Sistema Internacional, que equivale a 10^4 gauss.
b) La inducción del campo magnético que hace que una carga de 1 C se desplace con la velocidad de 1 m/s en la dirección del campo.
c) La inducción del campo magnético que hace que una carga experimente una fuerza de 1 N cuando se desplaza en la dirección del campo.
d) La inducción del campo magnético que hace que una carga de 1 C que se desplaza perpendicularmente al campo magnético con una velocidad de 1 m/s experimente una fuerza de 10 N.

2 Una carga eléctrica que se mueve en un campo magnético experimenta una fuerza:
a) De la misma dirección y sentido que el movimiento de la carga.
b) Perpendicular al movimiento de la carga, por lo que no realiza trabajo.
c) No hay ninguna fuerza.
d) Una fuerza de fricción con el campo magnético que hará pararse a la carga.

3 La inducción magnética se puede decir que es:
a) El flujo magnético por unidad de superficie (Wb/m^2).
b) El flujo magnético por la superficie ($Wb \cdot m^2$).
c) La cantidad de flujo magnético (Wb).
d) Un vector, cuyo módulo es la cantidad de flujo magnético y dirección perpendicular a la superficie que atraviesa el flujo.

4 ¿Cuál de las siguientes afirmaciones para los materiales diamagnéticos, es cierta?
a) En ellos el flujo magnético aumenta y en los paramagnéticos el flujo magnético disminuye.
b) En ellos y en los paramagnéticos el flujo magnético disminuye.
c) El flujo magnético disminuye y en los paramagnéticos el flujo magnético aumenta.
d) El flujo magnético aumenta más que en los paramagnéticos.

5 En una máquina eléctrica de corriente continua, a la parte encargada de crear el campo magnético se le denomina:
a) Inducido. *b)* Inductor. *c)* Entrehierro. *d)* Rotor.

6 El motor de excitación independiente se diferencia del motor derivación en que:
a) El circuito inductor está en serie con el inducido.
b) No existe circuito inductor en el motor de excitación independiente.
c) En el primero, el circuito de excitación se alimenta de una fuente de energía distinta que el circuito del inducido, mientras que en el motor derivación es la misma fuente de energía la que alimenta a ambos devanados.
d) En el primero, el inductor tiene poca resistencia y el inductor de motor derivación tiene mucha resistencia.

7 Para regular la velocidad de un motor trifásico:
a) Puedo modificar el número de polos del rotor.
b) Puedo modificar la frecuencia.
c) Puedo modificar la intensidad de arranque.
d) Todas las anteriores son ciertas.

8 Las potencias perdidas en un motor eléctrico se deben:
a) A las pérdidas en el cobre, en el hierro y mecánicas.
b) Sólo tiene pérdidas mecánicas y en el cobre, ya que el flujo es constante.
c) A las pérdidas mecánicas y en el hierro, porque las resistencias son despreciables.
d) Los motores eléctricos no tienen pérdidas.

9 Un motor eléctrico trifásico de corriente alterna tiene en su placa 230/400 V; si se conecta a una red de 230 V, la conexión correcta será:
a) Triángulo. *b)* Estrella-triángulo. *c)* Estrella. *d)* Serie.

10 Un motor trifásico con el rotor en jaula de ardilla:
a) Tiene tres pares de escobillas.
b) No tiene escobillas.
c) El rotor es en forma de jaula.
d) No le hace falta estator.

Cuestiones y ejercicios

1 Un protón entra perpendicularmente con una velocidad de 8.10^6 m/s en un campo magnético de 2 T. Determinar el radio de la órbita.

2 Los devanados de un motor tienen una longitud de 1,5 m (suponemos que están en línea recta en lugar de en una trenza); por ellos circula una corriente de 20 A y tienen un diámetro de 1 mm. ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre dos de ellos?

Permeabilidad en el vacío: $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ N/A^2.

3 Un cuadro eléctrico tiene unas pistas de cobre donde se pinzan los cables que llevan la corriente a las máquinas, la distancia entre ellas es de 40 mm y tienen 2 m de longitud. Se puede dar el caso de un cortocircuito de forma que, durante un breve intervalo de tiempo, soporten una corriente de 10 000 A. Qué fuerza se produce en ese instante, es de repulsión o de atracción.

4 Cuando el interruptor del circuito que alimenta la bobina del electroimán se cierra el anillo metálico sale hacia arriba. Comentar este fenómeno de levitación magnética.

5 Un motor derivación de 75 kW de potencia en el eje, U = 440 V y n = 1 500 rpm, con una resistencia de excitación de 480 Ω, R_i= 0,08 Ω, tiene un rendimiento del 95 %. Calcula:

a) La intensidad de la línea.

b) La intensidad de excitación.

c) La intensidad del inducido.

d) La fuerza contra electromotriz inducida.

6 Un motor CC funciona con los siguientes datos:

– Tensión de alimentación 200 V.

– Fuerza electromotriz generada en el inducido 210 V.

– Intensidad que marca el amperímetro al conectarlo a 215 V, 25 A.

Calcula:

a) Resistencia del inducido.

b) Potencia que absorbe.

c) Potencia útil.

d) Par útil si está girando a 1100 rpm.

e) Rendimiento.

7 Un motor de corriente continua excitación derivación tiene una potencia de 50 CV. Se sabe que las pérdidas del motor son el 6 % de su potencia en el eje, si la U = 500 V, R_d = 500 Ω y la r_i = 0,1 Ω. Halla:

a) La intensidad de línea.

b) La intensidad de excitación.

c) La intensidad del inducido.

d) M si el motor gira a 1 500 rpm.

8 Un motor de corriente continua excitación derivación se conecta a una red de tensión nominal U = 250 V, generando una E_b = 230 V. Si las resistencias valen: r_i = 0,5 Ω, y R_d = 250 Ω, determina:

a) El esquema del motor.

b) La intensidad del inducido.

c) La intensidad de excitación.

d) La intensidad que absorbe de la red.

e) La resistencia de arranque R_a a colocar para que la intensidad en el arranque sea dos veces la intensidad nominal.

f) Si el motor tiene un rendimiento del 80 %, halla la potencia suministrada en el eje, expresándola en CV, kW y W.

9 Cuando se conecta un motor CC a 200 V desarrolla 4,5 kW. Si su rendimiento es del 80 %, se pide:

- Intensidad nominal.
- Fuerza contraelectromotriz.
- Intensidad en el arranque.

10 Un motor eléctrico CC alimentado a 200 V consume 20 A cuando gira a 1 400 rpm. Siendo su resistencia interna 0,45 Ω, calcula:

- Par motor.
- Rendimiento.

11 Un motor de CC en derivación tiene una potencia nominal de 35 CV. La perdidas en el motor son del 5 %. Si la resistencia de excitación son 350 Ω y la resistencia interna son 0,5 Ω, calcula la intensidad de línea, de excitación, de inducido y par si el motor gira a 1450 rpm cuando se conecta a 400 V.

12 Las pérdidas a plena carga de un motor de 7,5 kW y 230 V son:

Pérdidas rotativas (hierro y resistencias pasivas) 620 W.

- Pérdidas en el cobre estator 310 W.
- Pérdidas en el cobre rotor 370 W.
- Pérdidas adicionales 70 W.

13 Un motor de corriente continua de excitación permanente tiene las siguientes características: U = 240 V, n = 1.500 rpm y r_i = 10 Ω. Si la fcem que se genera en el inducido es de 200 V, calcula:

a) La intensidad de arranque del inducido.

b) La intensidad de trabajo a la velocidad de giro de 1.500 rpm.

c) La potencia mecánica entregada por el motor.

d) El par mecánico producido por el motor.

e) El rendimiento del motor.

14 Un motor de corriente continua con excitación en serie tiene una resistencia del inducido de 0,35 Ω y una resistencia de campo de 0,15 Ω. Funciona a 750 rpm conectado a 550 V y con una intensidad nominal de 74 A en el inducido. Haz el esquema de conexiones y halla la *fcem,* la potencia y el par nominal del motor.

15 Un motor de corriente continua excitación serie tiene las siguientes características: U = 220 V; E .= 215 V; r_i = 0,25 Ω; r_s = 0,25 Ω; n = 1 200 rpm.

Determina:

a) La intensidad nominal.

b) Intensidad en el momento del arranque.

c) La resistencia de arranque, a colocar en serie con el inducido para que la intensidad en el arranque sea 2,5 veces la nominal.

d) La velocidad de giro cuando la intensidad sea la mitad y el doble de la nominal.

e) Dibuja la característica $n = f(I)$.

16 Un motor de corriente continua excitación permanente tiene las siguientes características: U = 100 V; E .= 85 V; R_i = 2 Ω; R_s = 0,25 Ω y n = 1 500 rpm.

Calcula los mismos parámetros que en el problema anterior.

17 Un motor trifásico de dos polos por fase se conecta a la red (50 Hz). ¿Cuál es su frecuencia de giro? ¿Qué pasaría si se conecta a una red de 60 Hz? ¿Qué sucede si el deslizamiento es del 5%?

18 Un motor trifásico que marca una tensión entre fases de 220 V ¿se podrá conectar a una red de 380?

19 Calcula:

- Intensidad absorbida.
- Intensidad que circula por el estator.
- Pérdidas.

Suponiendo que se trata de un motor trifásico de 2,5 kW a 220/380 V que mueve uno de los tornos del taller mecánico del instituto el cual tiene una red a 220 V. El factor de potencia es 0,85 y suponer un rendimiento del 90%. ¿Qué diferencia de calor se disiparía si se conecta a 220 V?

20 Un motor trifásico tiene inscrita en su placa de características 230/400 V.

a) Dibuja la caja de bornes de dicho motor.

b) Realiza la conexión adecuada, suponiendo que lo conectamos a un sistema de 230 V.

c) Representa el esquema de un tipo de arranque apropiado a esa tensión.

d) Realiza la conexión adecuada si suponemos que los conectamos a un sistema de 400 V.

e) Representa el esquema de un tipo de arranque apropiado a esa tensión.

21 Un motor trifásico tiene las características: P = 20 CV; 230/400 V; cos φ = 0,80; η = 78 %. Calcula:

a) La intensidad de fase y de línea si se conecta a 230 V.

b) La intensidad de fase y de línea si se conecta a 400 V.

c) La potencia absorbida y la potencia perdida en ambos casos.

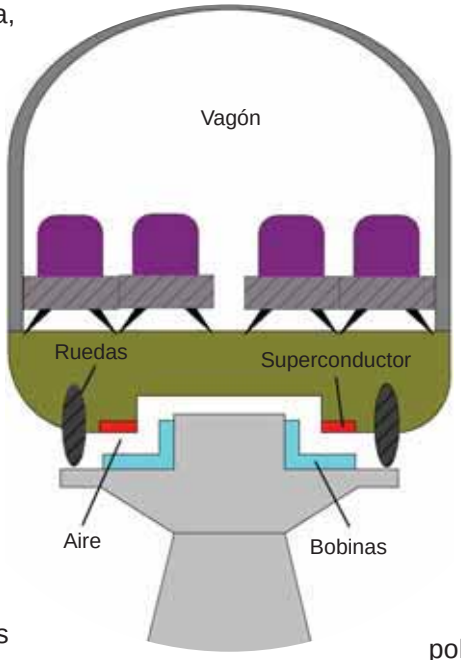
Tecnología y vida cotidiana

Superconductividad y levitación

Cuando una intensidad de corriente circula por una instalación eléctrica, sabemos que una cantidad del calor que se genera equivalente a I^2Rt no se aprovecha, salvo en las estufas eléctricas. De las tres variables que aparecen en la fórmula, la intensidad no la podemos cambiar ya que, junto a la tensión, determina la potencia; el tiempo, tampoco, pues no podemos prescindir del funcionamiento. Así, solamente nos queda la resistencia.

Con sólo poder eliminar la resistencia de los conductores eléctricos de nuestra vivienda, ahorraríamos más del 15 % de la factura de la luz. Esto sería posible, en teoría, por medio de la superconductividad, pero los materiales capaces de alcanzar este fenómeno requieren para ello temperaturas bajísimas, solamente asumibles por medio de fluidos criogénicos como el helio líquido. El uso de este tipo de materiales encarecería de por sí el proceso, por lo que la superconductividad, en este caso, no nos compensa económicamente.

Los superconductores, a determinada temperatura, no solamente son capaces de transportar energía eléctrica sin ningún tipo de pérdidas, sino que además poseen la propiedad de rechazar las líneas de un campo magnético, lo que se conoce como «efecto Meissner». De tal suerte es así que, si acercamos un imán a un superconductor, se genera una fuerza magnética de repulsión capaz de contrarrestar el peso del imán, produciendo así que levite (o viceversa).



Un ejemplo de uso de la levitación magnética son los trenes. Éstos utilizan las «ondas magnéticas» para suspenderse por encima del carril e impulsarse a lo largo de él. Hay dos sistemas: el EMS (suspensión electromagnética), que utiliza la fuerza de atracción magnética (enfrentamos un polo N a un polo S), y el sistema EDS (suspensión electrodinámica), que utiliza la fuerza de repulsión de un superconductor frente al campo magnético.

En la figura se ilustra el sistema EDS, que se fundamenta en el efecto Meissner. La suspensión se basará en un superconductor, que rechazará las líneas del campo magnético para que no pasen por su interior.

Al moverse, el vagón induce una corriente en las bobinas, la cuales actuarán como electroimanes y, al interactuar éstos, a su vez, con los superconductores situados en los bajos del vagón, se producirá la levitación. La corriente inducida aumentará con la velocidad y, por lo mismo, también el campo magnético, de manera que se precisan una ruedas auxiliares que actúen hasta el momento en que el vagón sea capaz de levitar completamente.