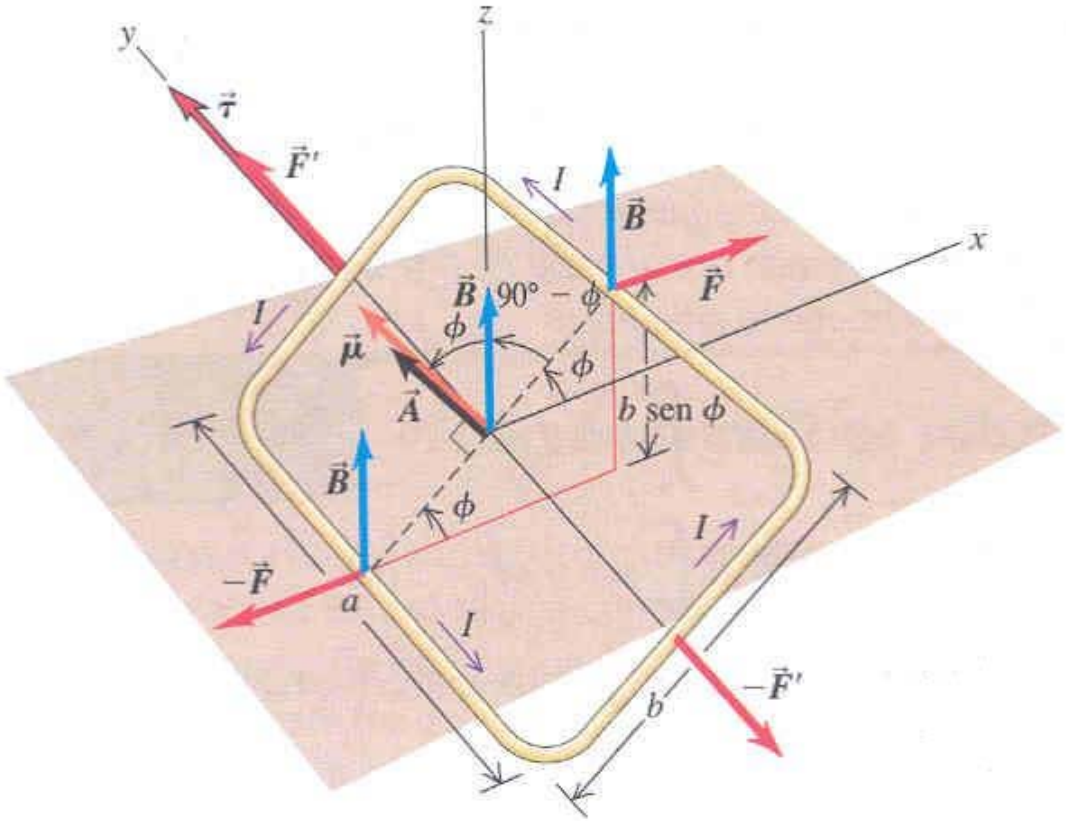
CAMPOS MAGNÉTICOS EN MEDIOS MATERIALES: PROCESOS DE MAGNETIZACIÓN

A) Espira en un campo magnético (dipolo magnético). Fuerza y momento



(a)

El campo magnético es uniforme y está dirigido según el eje Z $\vec{B} = B_0 \vec{k}$

♣ Las fuerzas sobre cada uno de los lados de la espira, como se puede ver en **la figura (a)** son $F = I\,a\,B$ y $F' = I\,b\,B\sin(\pi/2 - \phi) = I\,b\,B\cos\phi$.

La **fuerza neta** sobre la espira es cero, como corresponde a un circuito cerrado inmerso en un campo magnético uniforme, pero en este caso el **momento neto** es no nulo, ya que las fuerzas $\vec{F}'$ y $-\vec{F}'$ yacen a lo largo de la misma línea y, por tanto, dan origen a un momento neto cero pero las dos fuerzas $\vec{F}$ y $-\vec{F}$ yacen a lo largo de líneas diferentes , y cada una da origen a un momento en torno al eje Y con la misma dirección y sentido (eje positivo de las Y's) $\vec{M} = \vec{\tau} = 2F(b/2)\sin\phi\,\vec{j} = (I\,B\,a)(b\sin\phi)\vec{j}$, que es máximo cuando si ϕ = π/2, ver **figura (b)**, y mínimo si ϕ = 0, ver **figura (c)**, o π que corresponden a posiciones de **equilibrio estable** e **inestable** respectivamente.

♣ El momento también puede ponerse como:

$$\vec{M} = \vec{\tau} = I\,A\,B\sin\phi\,\vec{j} = I\,A\left(\cos\phi\,\vec{k} - \sin\phi\,\vec{i}\right)\times B\,\vec{k} = \vec{m}\times\vec{B},$$

en el que a $\vec{m} = I\,A\left(\cos\phi\,\vec{k} - \sin\phi\,\vec{i}\right) = I\,\vec{A}$ se le conoce con el nombre de **momento magnético** de la espira. El **vector superficie *A*** es un vector perpendicular al plano de la espira y cuyo sentido se elige como el de avance de un tornillo derecho que girase en el mismo sentido que la corriente en la espira. A las espiras de tamaño muy pequeño (o que se ven muy pequeñas por estar muy lejos) suele denominárselas como ***DIPOLO MAGNÉTICO***.

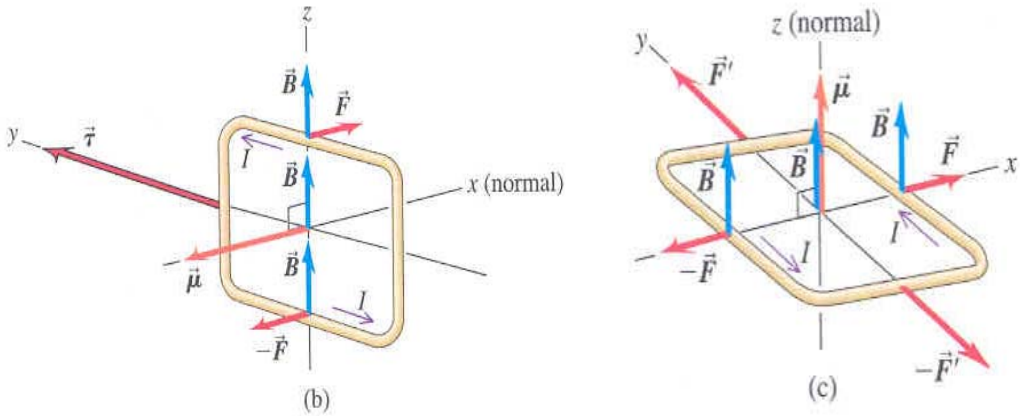
♣ Cuando la orientación de la espira cambia en un campo magnético, el campo realiza trabajo sobre él. En un desplazamiento angular infinitesimal $d\phi$ el trabajo dW esta dado por $\tau\,d\phi$ y hay un cambio correspondiente de energía de interacción entre la espira y el campo magnético (energía de posición). En virtud de lo que se ha dicho de las situaciones de equilibrio, la energía de interacción es mínima cuando el momento magnético de la espira y el campo magnético son paralelos y máxima cuando son antiparalelos. Para hallar una expresión de la energía de interacción podemos aprovechar la bella simetría que existe entre las interacciones de dipolos eléctricos y magnéticos. Así se tenía para el dipolo eléctrico:

$$\vec{M}_{DE} = \vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E} \quad \text{y} \quad U_{DE} = -\vec{p}\cdot\vec{E},$$

y podemos poner para el magnético:

$$\vec{M}_{DM} = \vec{\tau} = \vec{m}\times\vec{B} \quad \text{y} \quad U_{DM} = -\vec{m}\cdot\vec{B},$$

donde la energía potencial es cero cuando la el momento magnético es perpendicular al campo magnético



B) Planteamiento del problema

La materia se compone de átomos y/o moléculas de modo que sus componentes, esencialmente electrones, protones y neutrones (partícula inestable fuera del núcleo atómico dando lugar su desintegración a partículas con carga eléctrica), son partículas con carga que llevan asociados determinados movimientos, fundamentalmente de rotación sobre sus propios ejes (spin) y en el caso del electrón también de traslación alrededor del núcleo atómico; pero como una carga en movimiento representa una corriente eléctrica podemos asociar a cada átomo un conjunto de espiras microscópicas que sustentan unas corrientes eléctricas, de manera que la resultante puede describirse por medio de su momento magnético. Estas espiras son fuentes de campos magnéticos y a su vez pueden sufrir la acción o los efectos de campos magnéticos existentes allí donde se encuentre el material que es soporte de dichas espiras elementales.

Dependiendo de la estructura atómica de los diferentes materiales, a cada átomo individual se le puede asignar una espira elemental o lo que es lo mismo un momento magnético o por el contrario la resultante de los movimientos de todas las partículas con carga da lugar a una distribución de corriente nula y en consecuencia no se le puede asignar un momento magnético elemental

C) Análisis cuantitativo. Espira elemental: Momento magnético atómico

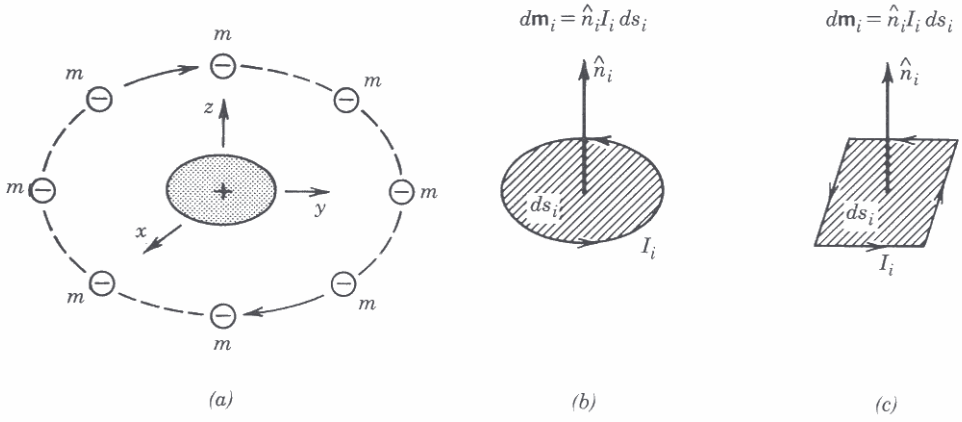


FIGURE 2-7 Atomic models and their equivalents, representing the atomic lattice structure of magnetic material. (*a*) Orbiting electrons. (*b*) equivalent circular electric loop. (*c*) Equivalent square electric loop.

Para poner de manifiesto lo explicado en el párrafo anterior vamos a describir un modelo clásico centrado en el comportamiento de los electrones. El modelo supone que los electrones describen órbitas circulares alrededor del núcleo al que están ligados por interacción electrostática. Así un electrón de carga $-e$ que se mueve con velocidad u en una órbita circular de radio r, completa una vuelta en un tiempo $T = 2\pi r / u$. Esto no es más que una minúscula espira de corriente $I = -e/T = -eu/(2\pi r)$. El momento orbital magnético asociado tiene la dirección perpendicular al plano del movimiento y sentido el de avance del tornillo derecho que gira en el mismo sentido de la corriente, siendo su módulo

$m_0 = I\,S = \left(-\frac{e\,u}{2\pi\,r}\right)\left(\pi\,r^2\right) = -\frac{e\,u\,r}{2} = -\left(\frac{e}{2\,m_e}\right)L_e$, y $L_e = m_e\,u\,r$ es el momento angular del electrón siendo m_e su masa. Aunque se sale de los contenidos de este curso, de acuerdo con la física cuántica el momento angular está cuantizado (no puede tomar cualquier valor) y específicamente L_e siempre es un múltiplo entero de $\hbar = h/(2\pi)$ donde h es la constante de Planck. Es decir $L_e = 0, \hbar, 2\hbar, 3\hbar, ...$; en consecuencia el valor más pequeño, diferente de cero, del momento magnético orbital de un electrón es $m_0 = -\frac{e\hbar}{2\,m_e} \;/\; \mu_B = |m_0| = 9{,}274\cdot 10^{-24}\ \mathrm{A\,m^2\,(J/T)}$.A esta cantidad positiva se la llama **magnetón de Bohr.**

A pesar de que los materiales contienen muchos electrones y que estos presentan momento magnéticos, la mayoría de las substancias son efectivamente no magnéticas. Esto se debe a que sin un campo externo orientador los momentos magnéticos de los átomos están orientados al azar, por lo que el momento magnético resultante es cero o muy pero que muy pequeño.

Además del momento magnético orbital los electrones presentan un momento magnético de espín a causa de la rotación sobre su eje. La magnitud que proporciona la física cuántica es igual al momento magnético orbital mínimo, es decir $m_S = -\frac{e\hbar}{2\,m_e}$. Un átomo con un nº par de electrones, los diferentes electrones, que suelen agruparse en pares, giran en sentidos opuestos y se cancelan los momentos magnéticos de espín, en cambio si el nº de electrones es impar el momento magnético de espín resultante será el debido al electrón no apareado.

Los elementos de los núcleos también presentan movimientos de rotación, pero como sus masas son mucho más grandes que la de los electrones, sus momentos magnéticos son del orden de 10^{-3} veces los momentos magnéticos de los electrones.

D) Materiales en presencia de campos magnéticos

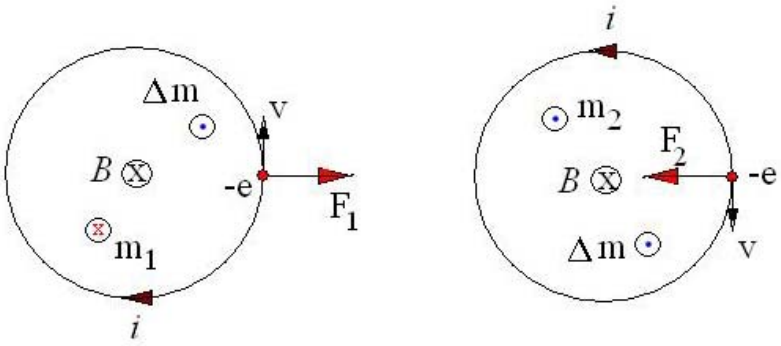
D.1) Materiales tipo 1

Sea un medio material tal que sus átomos no presentan dipolos magnéticos, debido a que la resultante de todos los elementos que componen cada átomo se cancelan exactamente los que giran en un sentido con los que lo hacen en sentido contrario. Es decir $\forall$ átomo $\Rightarrow \vec{m}_a = 0 \;\Rightarrow\; \Delta V \Leftrightarrow \Delta\vec{m} = \sum_k \vec{m}_{a,k} = 0$. Vamos a aplicar un campo magnético a nuestra muestra, y vamos a fijarnos en dos electrones que comparten órbita uno girando en un sentido y otro en el sentido contrario, que tienen momentos magnéticos $\vec{m}_1$ y $\vec{m}_2 = -\vec{m}_1$ y para hacerlo más fácil vamos a suponer que el campo magnético es perpendicular al plano de la órbita. El cómo reaccionan nuestros electrones al campo magnético se puede deducir de la ley de inducción (Faraday y Lenz) pero también se puede entender a partir de la fuerza de Lorente sobre un electrón en órbita circular que no modifica su radio. Sobre el electrón que gira de modo que la velocidad angular sea antiparalela al campo, lo que quiere decir que $\vec{m}_1 \,||\, \vec{B}$, entonces aparece una fuerza centrífuga, y si el radio se mantiene, que hace que el electrón gire más lentamente y por lo tanto disminuye el momento magnético $\vec{m}_1 \to \vec{m}_1' = \vec{m}_1 - \Delta m\,\vec{u}_B$ lo que da lugar a un momento extra en sentido contrario al campo magnético; el otro

electrón girará con la misma velocidad angular pero de modo que su sentido es paralelo al campo, lo que significa que $\vec{m}_1 \uparrow\downarrow \vec{B}$, entonces sobre nuestro electrón surge una fuerza centrípeta que, si el radio no cambia, hace que la velocidad de giro aumente y por lo tanto aumenta el valor del momento magnético $\vec{m}_2 \rightarrow \vec{m}_2' = \vec{m}_2 - \Delta m\,\vec{u}_B$; en este caso también el momento extra tiene un sentido contrario al campo magnético. Por tanto el momento magnético de la pareja de electrones que era cero en ausencia de campo magnético ya que $\vec{m}_1 = -\vec{m}_2 \;\Rightarrow\; \vec{m}_1 + \vec{m}_2 = 0$ ha pasado a tener un cierto valor que es de sentido contrario al campo externo, $\vec{m}_1' + \vec{m}_2' = \vec{m}_1 - \Delta m\,\vec{u}_B + \vec{m}_2 - \Delta m\,\vec{u}_B = -2\,\Delta m\,\vec{u}_B$, por lo tanto a cada átomo se le puede asociar un momento magnético neto de sentido contrario al campo externo y en consecuencia

$$\forall \text{ átomo}\left\{\nearrow \vec{B}\right\} \Rightarrow \vec{m}_a \neq 0 \;\Rightarrow\; \Delta V \Leftrightarrow \Delta\vec{m} = \sum_k \vec{m}_{a,k} \neq 0 \;/\; \left\{\Delta\vec{m} \swarrow\nearrow \vec{B}\right\}$$

Si suponemos que el radio de giro no cambia en el proceso



D.2) Materiales tipo 2

Sea un medio material al que se pueda asociar a cada átomo o molécula del material un dipolo magnético (espira elemental)

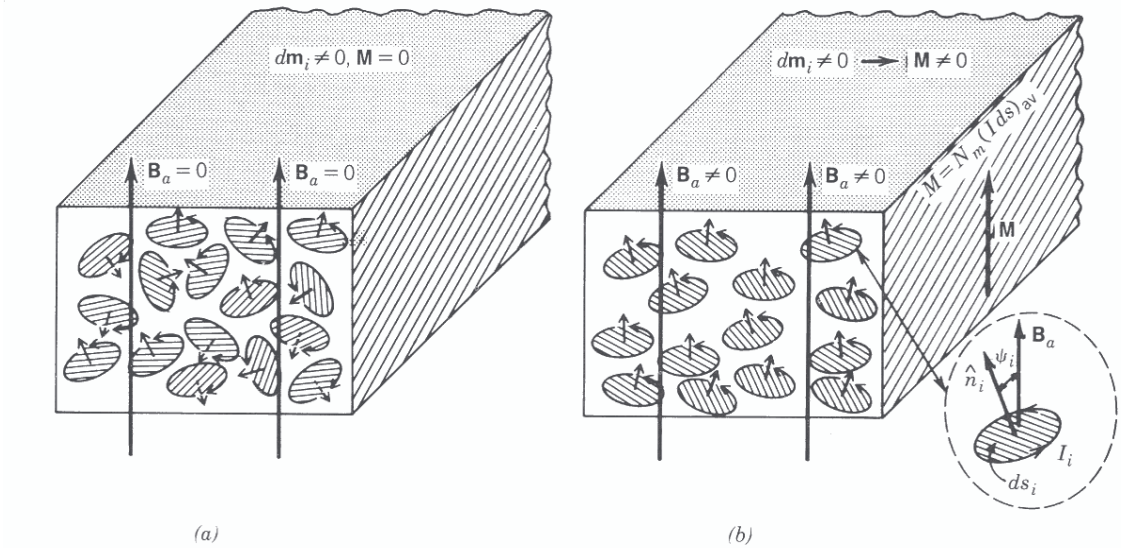


FIGURE 2-8 Random orientation of magnetic dipoles and their alignment (a) in the absence of and (b) under an applied field.

En ausencia de campo magnético aplicado, y debido a la agitación térmica, la orientación de los dipolos es al azar y elegido cualquier elemento de volumen, ΔV, podemos asociarle un momento magnético, $\Delta\vec{m}$, de valor $\Delta\vec{m} = \sum_i \vec{m}_i = 0$. En presencia de un campo externo, los dipolos magnéticos tienden a alinearse paralelamente al campo (mínimos de energía), y en consecuencia cada elemento de volumen presenta un momento magnético asociado:

$$\Delta V \Leftrightarrow \Delta\vec{m} = \sum_i \vec{m}_i \neq 0$$

E) Magnetización (Imanación o Imantación)

En ambos casos, ya sea con los materiales tipo 1 o tipo 2, la presencia del campo magnético ha dado lugar a que podamos asociar a cada elemento de volumen del medio un momento magnético neto y decimos que el medio se ha magnetizado o que está imanado.

Si queremos propiedades puntuales tan sólo debemos hacer tender a cero los elementos de volumen. Se define la magnitud magnetización como:

$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta\vec{m}}{\Delta V} = \frac{d\vec{m}}{dV}$$

Y por tanto podemos asociar a cada volumen elemental un momento magnético elemental, $dV \Leftrightarrow d\vec{m}$, de modo que la dirección del momento magnético elemental y la de la magnitud magnetización coinciden.

Si la magnetización es uniforme (mismo valor en todos los puntos del medio) podemos decir que dicha magnitud es generada por una distribución lineal de unas corrientes llamadas ficticias o equivalentes que discurren por la superficie límite del medio, con una densidad lineal de corriente $\vec{k}_M \equiv \vec{j}_{ms}$ en cada punto de modo que $\vec{j}_{ms} = \vec{M} \times \vec{n}$ donde $\vec{n}$ es un vector unitario normal a la superficie del medio y saliente de él. Las unidades de $\vec{j}_{ms}$ son las de una corriente por unidad de longitud, es decir A/m.

Si la magnetización es no uniforme entonces los vectores magnetización cambian de un punto a otro y podemos asociar corrientes ficticias tanto en volumen, distribuidas con una densidad superficial $\vec{j}_M$ que se mide en A/m^2 y que se puede determinar mediante la relación $\vec{j}_M = \vec{\nabla} \times \vec{M}$ como en superficie según hemos visto en el párrafo anterior.

En la figura se observa una muestra de un material uniformemente imanado, donde se ve que las corrientes ficticias en volumen se cancelan por pares y tan sólo queda una corriente superficial que bordea los límites del material imanado. Si la magnetización fuese no uniforme, es decir en los distintos puntos del medio existen distintos valores de la magnetización, entonces las corrientes en volumen no podrían cancelarse apareciendo unas densidades de corriente en el material.

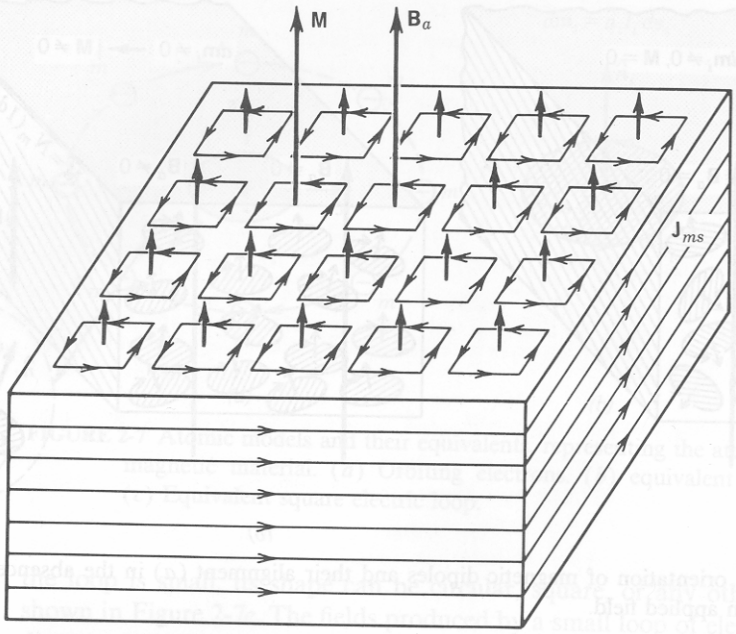


FIGURE 2-9 Magnetic slab subjected to an applied magnetic field and the formation of the magnetization current density $\mathbf{J}_{ms}$.

Ejemplo: Campo generado por un material imanado. Veamos un problema sencillo e ideal. Supongamos un material de forma cilíndrica, de área de la base S muy larga y uniformemente magnetizada en una dirección paralela al eje del cilindro. Esto implica que los momentos magnéticos atómicos tienen la dirección de dicho eje y las corrientes asociadas están sobre planos perpendiculares al mismo. Si dividimos el material en rodajas infinitesimales de espesor dl cada una será el soporte de un conjunto de espiras recorridas todas ellas por una corriente equivalente de magnetización I_{m} y en consecuencia el material se puede asimilar a un solenoide recto. El valor de la magnetización será:

$\left|\vec{M}\right| = \dfrac{\Delta m}{\Delta V} = \dfrac{I'S}{S\,dl} = \dfrac{n\,I_{\mathrm{m}}\,dl\,S}{S\,dl} = n\,I_{\mathrm{m}} \;\Rightarrow\; \vec{M} = n\,I_{\mathrm{m}}\vec{u}_{\mathrm{e}}$ donde n es el nº de espiras por unidad de longitud. El campo generado por el material imanado, al igual que el creado por el solenoide, será $\vec{B}_{\mathrm{m}} = \mu_0\, n\, I_{\mathrm{m}}\vec{u}_{\mathrm{e}} = \mu_0\,\vec{M}$; evidentemente esto supone una idealización puesto que supone una muestra de longitud infinita, así que en general en los casos reales $B_{\mathrm{m}} < \mu_0\, M$ y no necesariamente uniforme, al igual que en la bobina real.

F) Intensidad del campo magnético (Campo magnético $\vec{H}$). Ley de Ampere

Estas nuevas corrientes (caracterizadas por estar localizadas en zonas concretas del material y tal que los portadores de carga no pueden desplazarse a través de toda la estructura del material) son fuente de campo magnético y por lo tanto contribuyen al campo total debido tanto a corrientes libres como a corrientes equivalentes resultantes de los procesos de magnetización. Así podremos escribir

$\vec{B}(\vec{r}) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\int_{V()} \left(\vec{j}\,(\vec{r}\,') + \vec{j}_M\,(\vec{r}\,')\right) \times \dfrac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|^3}\,dv'$, lo que quiere decir que el campo total $\vec{B}$ es el resultado de la suma de los efectos debidos a las corrientes libres, dadas por medio de su densidad de corriente libre $\vec{j}$, más los efectos procedentes de la imanación que se

pueden medir mediante la densidad de corriente de imanación, $\vec{j}_M$. Por consiguiente si la densidad de corriente total es $\vec{j}_T = \vec{j} + \vec{j}_M$, el teorema de Ampere en forma diferencial nos permitía escribir

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0 \vec{j}_T = \mu_0\left(\vec{j}+\vec{j}_M\right) \Rightarrow \vec{\nabla}\times\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{j} + \vec{\nabla}\times\vec{M} \Rightarrow \vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right) = \vec{j}$$

Definimos el campo magnético $\vec{H}$ como la expresión entre paréntesis en la última relación de la expresión anterior,

$$\vec{H} \equiv \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \Rightarrow \vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{j} \text{ y } \vec{B} = \mu_0\left(\vec{H}+\vec{M}\right)$$

De la expresión anterior y teniendo en cuenta el teorema de Stokes resulta

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{j} \Leftrightarrow \oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \vec{j}\cdot d\vec{S}$$

Donde *C* es cualquier curva cerrada y *S* es cualquier superficie abierta que se apoye en la curva cerrada *C*. A este resultado se le conoce con el nombre de ley de Ampere para el campo $\vec{H}$ **.**

Si la corriente está sobre circuitos filiformes entonces la circulación cerrada anterior se transforma en

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_k I_k^{enc,C}$$

Evidentemente todas estas expresiones, como se comentó en la asignatura de Fundamentos Físicos I son válidas para corrientes estacionarias, y deben modificarse cuando hablemos de corrientes variables con el tiempo introduciendo un término extra llamado corriente de desplazamiento.

G) Susceptibilidad y permeabilidad magnética

Conviene definir, al igual que se hizo en Fundamentos Físicos I para el campo eléctrico, un parámetro que nos informe de la facilidad o dificultad que presentan los medios a ser magnetizados. Es este un problema bastante complejo, pudiendo afirmar con carácter general que la magnetización dependerá del campo aplicado al que se someta la muestra ($\vec{B}$ o $\vec{H}$). En la mayoría de los libros de texto se utiliza el campo $\vec{H}$ **(campo magnetizante)** para describir el proceso de imanación $\vec{M} = f\left(\vec{H}\right)$ en la que la función *f* es una función más o menos complicada y dependiendo de su forma se hace una clasificación de los medios ante campos magnéticos.

G.1) Medios magnéticos lineales.

Son prácticamente todos excepto los del grupo del hierro (ferromagnéticos) y se caracterizan porque la función *f* es lineal por lo cual la magnetización y la intensidad de campo magnético están relacionadas a través de una constante o una matriz.

$\vec{M} = \chi\vec{H} \Rightarrow \vec{M} \parallel \vec{H}$ se dice que el medio es isótropo

$\vec{M} = [\chi]\vec{H} \Rightarrow M_i = \chi_{ij} H_j \Rightarrow \vec{M} \not\parallel \vec{H}$ se dice que el medio es anisótropo

Como $\vec{M}$ y $\vec{H}$ tienen las mismas dimensiones el parámetro χ es adimensional y se conoce con el nombre de Susceptibilidad magnética. Nosotros solo trataremos con medios lineales e isótropos para los cuales podemos escribir

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M} \right) = \mu_0 \left(1 + \chi \right) \vec{H} = \mu_0 \, \mu_r \vec{H} = \mu \, \vec{H}$$

Al valor $\mu_r = \left(1 + \chi \right)$ se le denomina permeabilidad relativa del medio y al valor $\mu = \mu_0 \, \mu_r$ se le llama permeabilidad absoluta del medio.

Según contamos en el epígrafe D) los momentos magnéticos generados u orientados en los átomos de los medios materiales podían orientarse en sentido contrario al campo externo o en el mismo sentido generando un campo extra que se oponía o apoyaba, respectivamente, al campo externo. Este distinto comportamiento induce una segunda clasificación de los medios lineales, así

1.- Medios *diamagnéticos* son los materiales tipo 1 del epígrafe D) y se caracterizan por que $\vec{M} \uparrow\downarrow \vec{H} \;\Rightarrow\; \chi < 0 \;\; \left(\mu < \mu_0 \right)$ y $\left(\mu_r < 1 \right)$

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M} \right) = \vec{B}_e + \vec{B}_m < \vec{B}_e$$

Los valores de la susceptibilidad diamagnética de los materiales son negativos y muy pequeños, así para el cobre $\chi\left[\mathrm{Cu} \right] = -1,0 \cdot 10^{-5}$, y el valor negativo más alto se da para los materiales superconductores que vale exactamente $\chi_{\text{superconductor}} = -1$

2.- Medios *paramagnéticos* son los materiales tipo 2 del epígrafe D) y puntualizar que también presentan efecto diamagnético aunque predomina el proceso descrito en D.2); en estos $\vec{M} \uparrow\uparrow \vec{H} \;\Rightarrow\; \chi > 0 \;\; \left(\mu > \mu_0 \right)$ y $\left(\mu_r > 1 \right)$

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M} \right) = \vec{B}_e + \vec{B}_m > \vec{B}_e$$

Los valores de la susceptibilidad paramagnética de los materiales son positivos y muy pequeños, así para el platino $\chi\left[\mathrm{Pt} \right] = +3,0 \cdot 10^{-4}$, además la susceptibilidad depende de la temperatura de la muestra (a mayor temperatura se produce un mayor desorden en los dipolos magnéticos).

G.2) Medios magnéticos no lineales.

Aquellos en los que la función *f* es no lineal, pudiendo escribir

$$\vec{M} = \chi\left(H \right) \vec{H} \;\Rightarrow\; \mu = g\left(H \right) \text{ ya no es una constante .}$$

Estos medios se dividen en tres categorías que reciben los nombres de

- Medios ferromagnéticos
- Medios ferrimagnéticos
- Medios antiferromagnéticos

, sobre lo que volveremos en epígrafes posteriores.

H) Condiciones en la frontera de los campos magnéticos

Consideremos una superficie de separación SS entre dos medios caracterizados por sus permeabilidades μ_1 y μ_2, y nos preguntamos como cambian los campos $\vec{B}$ y $\vec{H}$ a un lado y otro de la frontera SS.

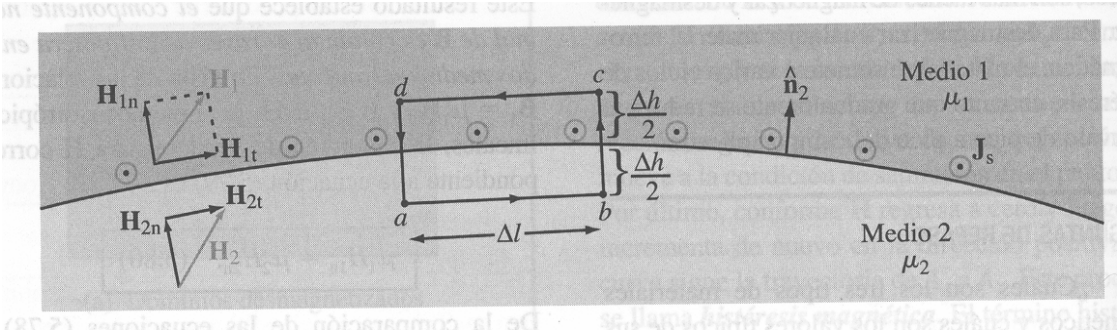
En cualquier punto de SS podemos descomponer los campos en dos partes una paralela a SS, que llamaremos componentes tangenciales B_t y H_t y otra perpendicular a SS, que llamaremos componentes normales B_n y H_n, de manera que podemos decir

$$\vec{B} = \vec{B}_t + \vec{B}_n \quad \text{y} \quad \vec{H} = \vec{H}_t + \vec{H}_n \quad \text{[F.1]}$$

Se demuestra que si calculamos el flujo del campo *B* sobre un cilindro recto con bases en uno y otro medio y altura tan pequeña como queramos podemos deducir que $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \Rightarrow \oint_{SC} \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow B_{1n} = B_{2n} \Rightarrow \mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}$ [F.2], lo que indica que las componentes normales del campo *B* son iguales a uno y otro lado de la frontera.

Se demuestra que si calculamos la circulación del campo *H* a lo largo de un rectángulo con bases a un lado y otro de la frontera y altura tan pequeña como queramos se cumple teniendo en cuenta la ley de Ampere $\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{j} \Rightarrow \oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \vec{j}\cdot d\vec{S} \Rightarrow H_{2t} - H_{1t} = K \equiv \lambda_l$ [F.3], donde *K* representa la densidad de corriente superficial libre, y por tanto tiene dimensiones de una corriente por unidad de longitud. El resultado de [F.3] puede generalizarse a una forma vectorial que incorpora la relación direccional definida por la regla de la mano derecha $\vec{n}_2 \times \left(\vec{H}_1 - \vec{H}_2\right) = \vec{K}$ [F.4], en la que $\vec{n}_2$ es un vector unitario perpendicular a SS en el punto considerado que se aleja del medio 2. Estas corrientes sólo pueden existir en las superficies de conductores perfectos (superconductores) por lo tanto en la superficie de contacto entre dos medios con conductividades finitas

$j_n = 0$ y en consecuencia $H_{2t} = H_{1t}$ [F.5]



Nota: En muchos textos el vector unitario $\vec{n}_2$ se elige en sentido contrario al mostrado en estos apuntes y por tanto hay que cambiar el orden del producto vectorial (consultar apéndice final).

I) Energía magnética.

Como se vio en la asignatura de Fundamentos Físicos I y hemos recordado en el repaso de conceptos previos la energía asociada al campo magnético se distribuye por todo el espacio donde existe campo magnético y como el campo magnético en general puede extenderse a regiones muy amplias conviene hablar de la densidad de energía magnética, al igual que hablamos de densidad de energía eléctrica asociada a los campos eléctricos. Del ejemplo sencillo de la bobina en el circuito R – L, vimos que la densidad de energía magnética era

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Esta expresión es generalizable a cualquier situación y con cualquier tipo de medio por lo que podemos poner como expresión más general de la densidad de energía magnética

$$w_m = \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H} \overset{B\|H}{=} \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2}\mu H^2 \overset{\text{vacio}}{=} \frac{B^2}{2\mu_0}$$

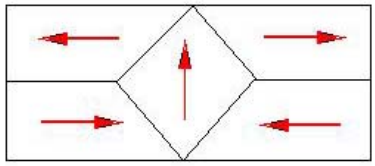
La energía magnética contenida en una cierta región del espacio de volumen V se determina mediante

$$E_{mag} = \int_V w_m dV = \frac{1}{2}\int_V \vec{B}\cdot\vec{H} dV = \frac{1}{2}\int_V \frac{B^2}{\mu} dV = \frac{1}{2}\int_V \mu H^2 dV$$

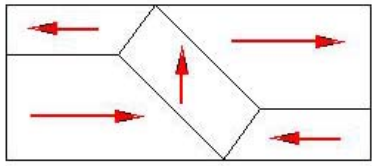
J) Materiales ferromagnéticos

J.1) Características

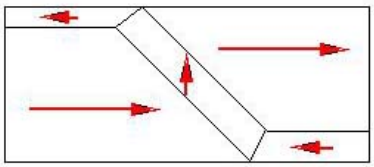
Son esencialmente a estos materiales a los que se les denomina *magnéticos* y en ellos las intensas interacciones entre los momentos magnéticos atómicos, que no se dan en los medios paramagnéticos, los incitan a situarse paralelamente unos a otros en regiones llamadas ***dominios magnéticos*** (con tamaños del orden entre 10^{-18} y 10^{-9} m^3 de manera que cada uno puede tener entre 10^{11} y 10^{20} átomos). Los átomos de los materiales que presentan estas características tienen capas electrónicas internas, "d" o "f", incompletas como son el hierro, el níquel, el cobalto y sus aleaciones, el grupo de elementos químicos llamado de las tierras raras y algún derivado del manganeso por lo que podemos decir que esta fuerte interacción se debe a que entran en juego los momentos magnéticos de espín y neutrónico de cada átomo que compone el material. *En ausencia de campos externos y sin tratamiento previo el momento magnético de cada dominio apunta en una dirección aleatoria y el resultado, hablando macroscópicamente , es que no presentan magnetización*. Cuando se aplica un campo externo (generado por corrientes externas o por cualquier otro procedimiento) los momentos magnéticos resultantes de los distintos dominios tienden a orientarse paralelamente al campo externo, pero además las fronteras de los diferentes dominios también se desplazan de modo que los dominios que inicialmente presentaban un momento magnético neto en la misma dirección del campo aumentan de tamaño y los que tenían los momentos magnéticos netos en direcciones diferentes disminuyen; este efecto es acumulativo ya que el campo magnético inducido por los dominios que tienen su momento magnético paralelo al campo es grande y junto con el campo externo generan un momento de torsión (momento de fuerzas) que tienden a alinear más y más dominios en la misma dirección, por ello *las susceptibilidades de estos materiales son muchísimo mayores que la de substancias paramagnéticas, pudiendo variar entre 100 y 100000*, siendo además *magnitudes no constantes* que *dependen del campo externo aplicado y de los tratamientos previos*, dando lugar a los llamados **ciclos de histéresis** (que proviene de una palabra griega que significa retraso). La *temperatura* de la muestra influye en el desorden de modo que a medida que la temperatura crece se hace más difícil mantener el orden, así para todo material



a) Sin campo aplicado



b) Campo débil $\rightarrow H_0$

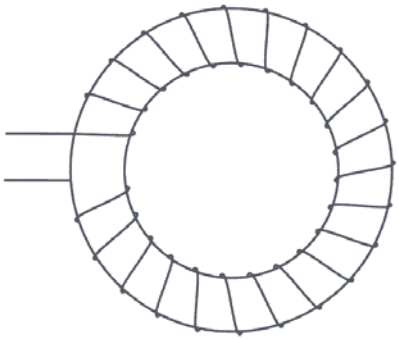


c) Campo más intenso $\rightarrow H_0$

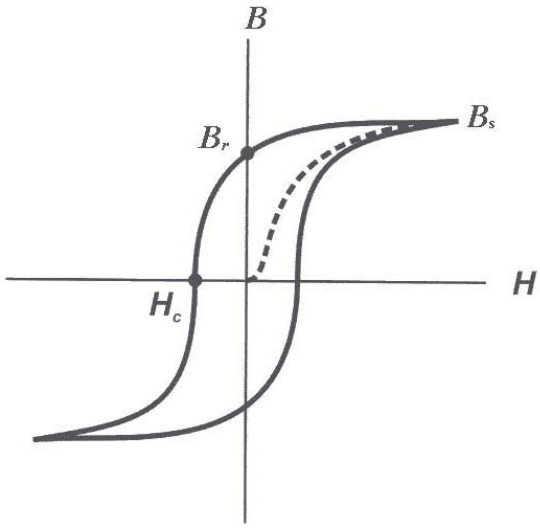
ferromagnético existe un valor de la temperatura T_c (llamada **temperatura de Curie**) por encima de la cual el medio deja de ser ferromagnético para convertirse en paramagnético. Todos estos materiales, desde el punto de vista eléctrico, son medios conductores.

Existe otro grupo de materiales llamados **ferrimagnéticos** (***ferritas***) cuyas fórmulas químicas son de la forma $F_{e2}O_3(MO)$ donde M es un metal divalente que *presentan las propiedades de los ferromagnéticos* (*altos valores de las permeabilidades relativas*) pero a diferencia de ellos *son aislantes eléctricos* por lo que se utilizan en aplicaciones donde se requiera reducir lo máximo posible las pérdidas por efecto Joule, como puede en núcleos de bobinas y transformadores de alta frecuencia para reducir las corrientes de Foucault o en la propagación de microondas.

J.2) Ciclos de Histéresis. Pérdidas



Supongamos que enrollamos una bobina sobre un toroide ferromagnético sin imanar, y hacemos circular por ella una corriente eléctrica. En estas circunstancias se genera un campo H que actúa sobre los dipolos magnéticos con una fuerza que tiende a alinear su momento magnético con el campo magnético para tener una configuración de mínima energía $U_m = -\vec{m}\cdot\vec{B}$, si aumentamos la corriente aumenta el campo H y aumenta la cantidad de momentos magnéticos que se alinean con el campo, este proceso finaliza cuando todos los momentos magnéticos del material están alineados con el campo y decimos que se ha llegado a la saturación, momento en el cual el valor de la imanación M es lo más grande posible. En estas circunstancias si ahora disminuimos la corriente y por tanto H la imanación no disminuye por el mismo camino hasta tal punto que para el valor de $H = 0$ hay un momento magnético por unidad de volumen no nulo, **imanación remanente**, y por consiguiente un campo magnético $B \neq 0$, **magnetismo remanente** B_r. Si ahora aplicamos un campo H de sentido contrario el campo magnético B disminuye, y si en este sentido seguimos aumentando H llegará a un valor, llamado **campo coercitivo** Hc, tal que el campo magnético se hace cero, $B = 0$. Si seguimos aumentando H en este segundo sentido mayor nº de momentos magnéticos se van orientando en sentido contrario al inicial hasta lograr de nuevo la saturación con la orientación contraria, repitiéndose de nuevo el proceso al disminuir nuevamente H hasta hacerse cero para crecer a continuación hasta lograr un $B = 0$ y continuar creciendo hasta lograr otra vez la saturación con orientación inicial. La forma de este proceso, representada en el plano B – H, se muestra en la siguiente gráfica y representa la



llamada curva o ciclo de histéresis. En otros libros la curva de histéresis se muestra en un plano M – H.

La forma del ciclo de histéresis induce una segunda clasificación de los medios ferromagnéticos. Así si el ciclo es muy ancho (campo remanente y coercitivo grandes), se llaman ***materiales duros*** y son apropiados para la fabricación de imanes permanentes, en cambio si el ciclo es muy estrecho (campo remanente y coercitivo pequeños), se llaman ***materiales blandos*** y son apropiados para la fabricación de núcleos de motores eléctricos y de transformadores, ya que las pérdidas de energía por histéresis, como veremos a continuación, son pequeñas. Observar la gráfica que se muestra debajo.

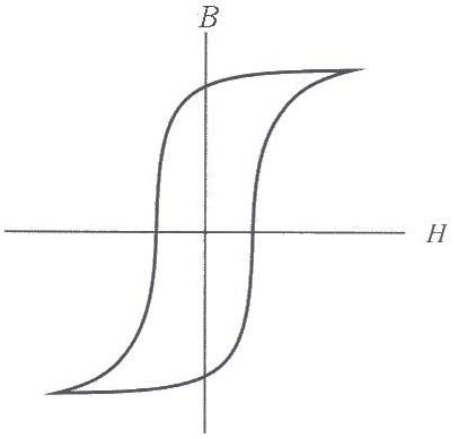


Figura 5.6: Ciclo de histéresis de un material duro.

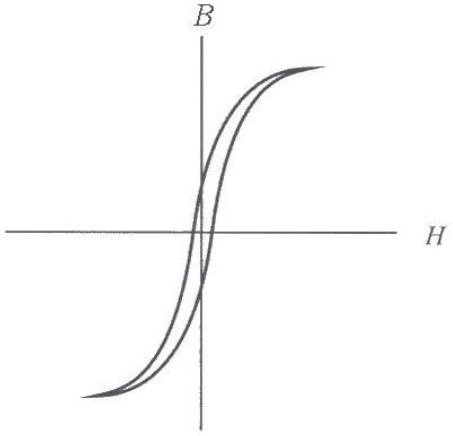


Figura 5.7: Ciclo de histéresis de un material blando.

El proceso de orientar o desorientar dipolos magnéticos conlleva el aporte de energía desde el exterior, parte de ella queda almacenada en forma de energía magnética y parte se pierde en forma de calor debido a la fuerza de resistencia que el entorno opone al movimiento de los dipolos que se orientan o desorientan. Lo primero que nos preguntamos es, ¿qué representa el término $H\,dB$?

$$\left[H\,dB\right] \equiv \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A\,m}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{N\,m}}{\mathrm{m}^3} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3}$$, es decir es una densidad de energía.

Por tanto durante el proceso de primera imanación, por ejemplo pasando desde el valor inicial $B = 0$ hasta el valor de saturación $B = \mathrm{B_S}$, se le comunica a la muestra una energía por unidad de volumen (valor positivo de la integral) dada por

$$w_{\mathrm{ent}} = \int_0^{B_S} H\,dB > 0 \quad [1],$$

mientras que en el proceso de desimanación, desde la saturación $B = \mathrm{B_S}$ hasta el valor del campo remanente $B = \mathrm{B_r}$, nos devuelve energía con una densidad (valor negativo de la integral)

$$w_{\mathrm{dev}} = \int_{B_s}^{B_r} H\,dB < 0 \quad [2]$$

Como en valor absoluto [1] es mayor que [2], la energía neta comunicada desde el exterior a la muestra se compone de dos partes, una quedará en forma de energía

magnética asociada a la muestra (orientación de los momentos magnéticos, fuente de imanación y campo B) y otra se habrá disipado por efecto Joule en el proceso de vencer la resistencia ofrecida por el entorno a la orientación de los dipolos magnéticos. Así que si actuamos sobre la muestra en régimen variable y repetitivo durante un ciclo completo de histéresis, donde el estado final e inicial de magnetización es el mismo, y por tanto las energías magnéticas inicial y final son las mismas, la diferencia total entre procesos tipo [1] y procesos tipo [2], que coincide con el área del ciclo de histéresis, representa pérdidas por efecto Joule por unidad de volumen de la muestra imanada.