ASPECTOS FÍSICOS ELEMENTALES DEL VUELO DE LAS COMETAS ESTÁTICAS PLANAS

por

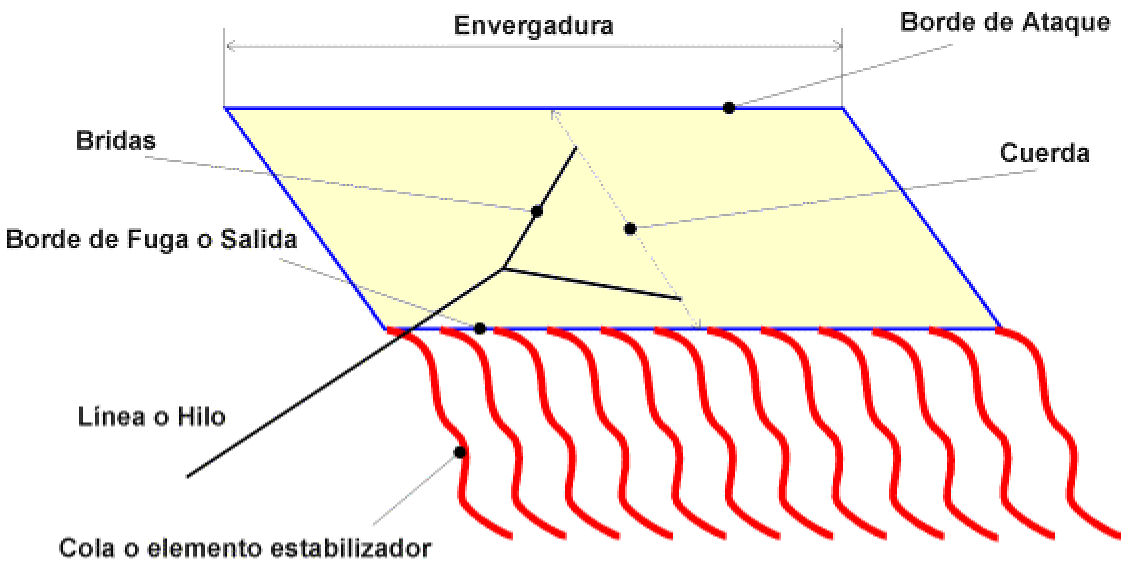
Juan Miguel Suay Belenguer
Ingeniero Superior Industrial

Al Final del Hilo - Alicante 2002

ÍNDICE

1. - BALANCE DE FUERZAS EN UNA COMETA PLANA IDEAL

1.1. - COMETA PLANA IDEAL. TERMINOLOGÍA



Cometa Plana Ideal

Cometa ideal: Superficie plana, rígida, muy larga, rectangular y mucho más ancha que alta.

Envergadura (e): Anchura máxima de la cometa.

Cuerda (c): Dimensión de la sección central de la cometa.

Aspecto (D):

$$\mathbf{D} = \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{c}}$$

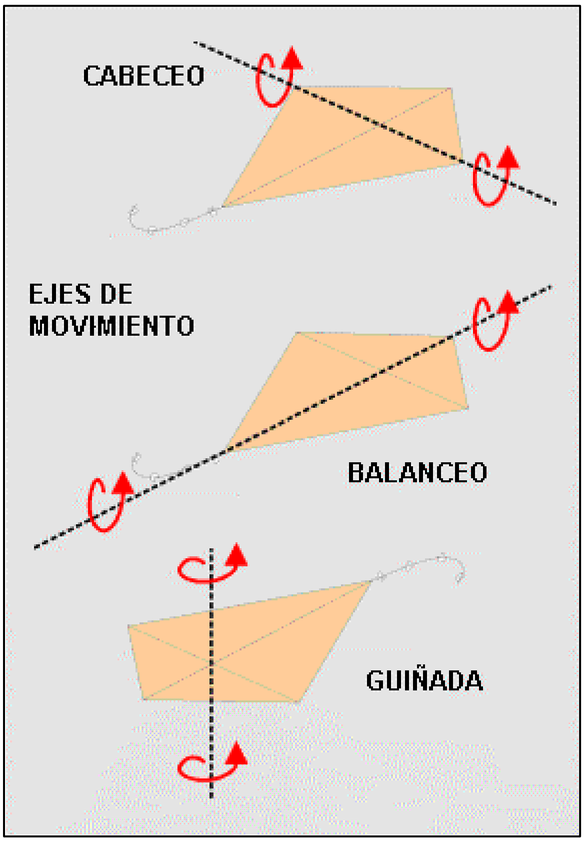
Brida: Dispositivo formado por uno o más cabos de cuerda que sirven para unir la cometa con la línea o hilo y permiten fijar el ángulo de ataque.

Hilo: Elemento de unión entre la cometa y el piloto. En el caso de la cometa ideal tiene que ser resistente, ligero, largo e inextensible.

Borde de Ataque: Borde de la cometa por donde incide el viento.

Borde de Fuga o Salida: Borde de la cometa por donde sale el viento.

Cola o elemento estabilizador: Como ocurre con cualquier objeto volador, las cometas tienen tres ejes de rotación: cabeceo, balanceo y guiñada. Para que la cometa tenga un vuelo estable es necesario el control de los tres ejes, impidiendo su giro respecto a los mismos. Mediante el hilo y las bridas se consigue el control del cabeceo y el balanceo. La guiñada se consigue mediante una cola o elementos estabilizadores más complejos en otros tipos de cometas.



Velocidad del viento (V_v): Vector que define la velocidad y dirección del viento respecto a tierra.

Velocidad de la cometa (V_C): Vector que define la velocidad y dirección de la cometa respecto a tierra.

Velocidad Relativa (V_r) : Vector que define la velocidad y la dirección del viento respecto a la cometa.

$$\vec{V}r = \vec{V}v - \vec{V}c$$

Ángulo de ataque ( ): Es el ángulo que existe entre la cuerda y el vector de velocidad relativa.

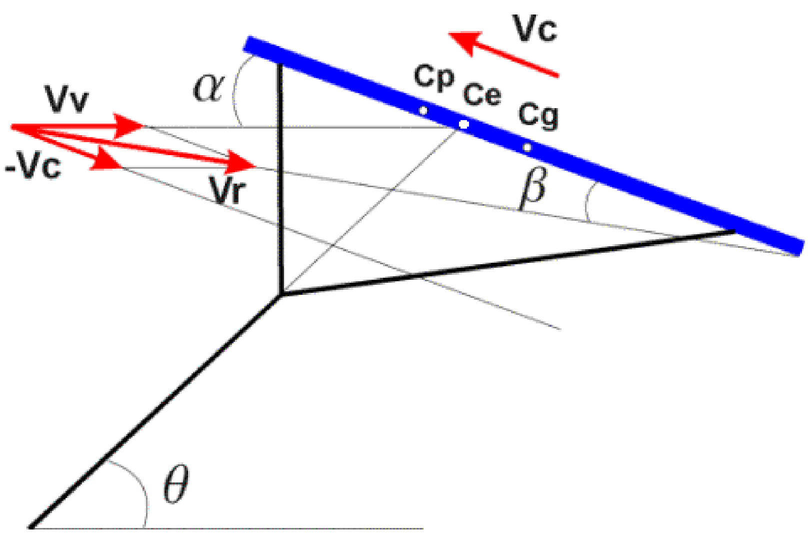
Ángulo de incidencia ( ): Es el ángulo que existe entre la cuerda y el vector de velocidad del viento. En una cometa de un solo hilo = .

Elevación ( ): Es el ángulo que forma el hilo y el suelo.

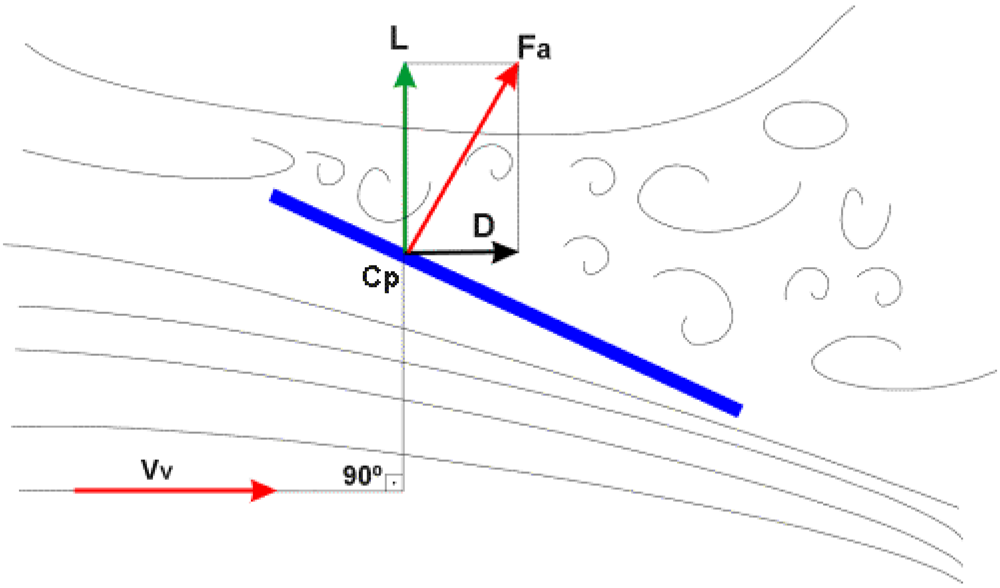
Centro de presiones (Cp): Punto de aplicación de la resultante de todas las fuerzas aerodinámicas debidas al viento.

Centro de gravedad (Cg): Punto de aplicación de todas las fuerzas debidas a la gravedad o peso de la cometa.

Centro de embridado (Ce): Punto de aplicación de la fuerza de tensión del hilo.



1.2. - FUERZAS AERODINÁMICAS EN LA COMETA PLANA IDEAL



Una superficie plana expuesta en una corriente de aire bajo un ángulo determinado, hace que el aire se desvíe hacia abajo, frenando el viento por la parte inferior de la cometa, generándose una depresión en la parte superior del plano en virtud del Teorema de Bernoulli.[1] En consecuencia aparece una fuerza aerodinámica (F_a) aplicada en el centro de presiones (Cp).

Esta fuerza se descompone en una fuerza de *sustentación* (L) perpendicular a la dirección del viento y en una componente horizontal denominada *resistencia* (D).

La fuerza de *sustentación*, es la que tiende a elevar la cometa, como veremos más adelante, venciendo el peso de la cometa y del hilo. La fuerza de *resistencia*, que tiende a arrastrarla, es compensada por la tensión del hilo.

La sustentación y la resistencia varían con el ángulo de ataque, si colocamos una placa plana en un túnel de viento[2] y hiciéramos la experiencia con diversos ángulos de ataque, sin variar la densidad y la velocidad, obtendríamos distintos valores de sustentación y resistencia para los distintos ángulos. Si para cada valor de L y D efectuásemos los siguientes cocientes:

$$C_L = \frac{L}{(\frac{1}{2} r\, v_v^2)\, A} \qquad C_D = \frac{D}{(\frac{1}{2} r\, v_v^2)\, A}$$

Donde: ρ es la densidad de la corriente de aire y A la superficie efectiva de la placa plana.

A dichos cocientes adimensionales se denominan respectivamente *coeficiente de sustentación*

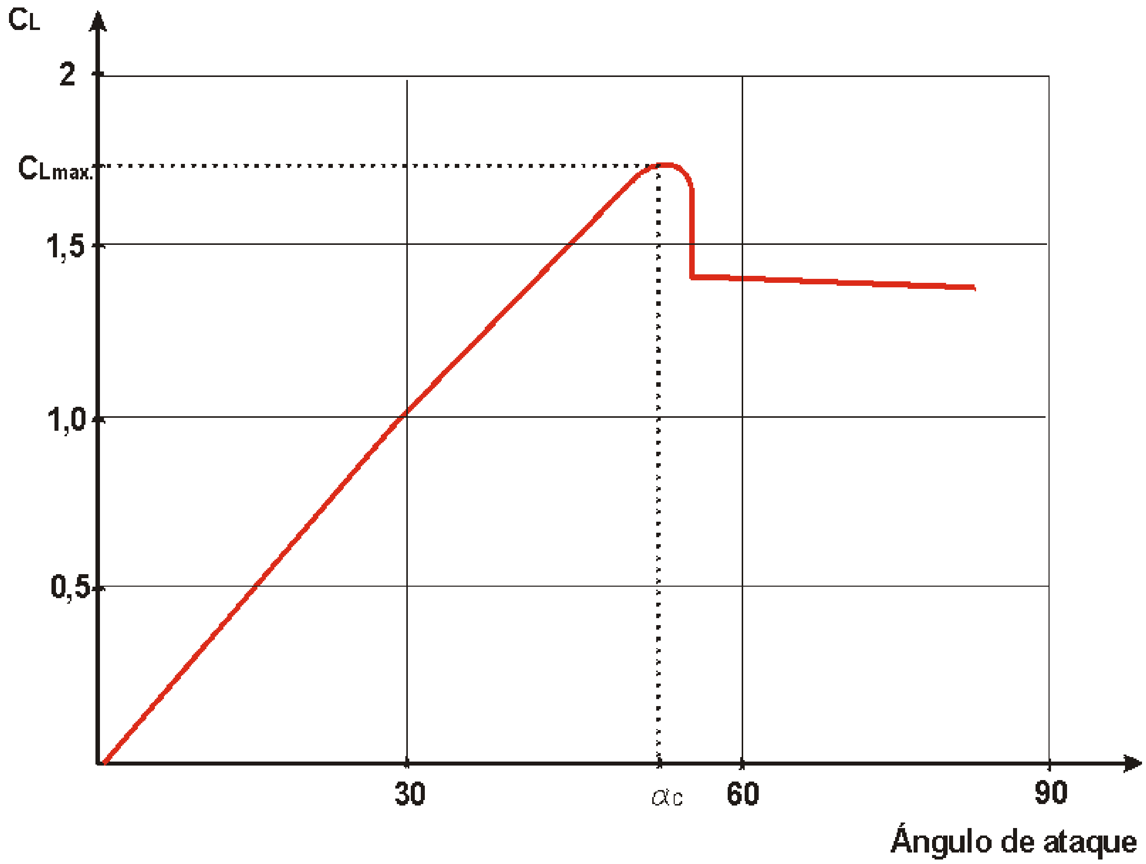
---

[1] Ver apéndice.

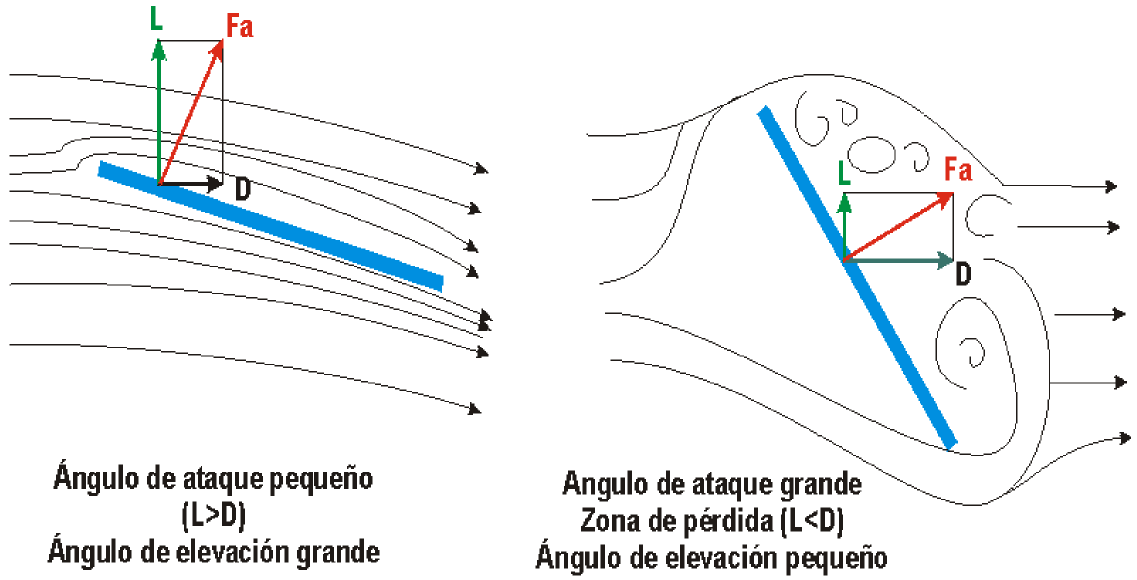
[2] Para nuestro caso un "túnel de viento" es un dispositivo capaz de originar una corriente de aire a una velocidad V_v y densidad ρ y capaz de medir las fuerzas que se generan en la dirección de la corriente (resistencia) y perpendicular a la misma (sustentación).

(C_L) y *coeficiente de resistencia* (C_D).

C_L aumenta con el ángulo de ataque hasta el momento en que se llega a un ángulo crítico (donde C_L es máximo) produciéndose una "perdida" de sustentación, siendo más importante la fuerza de resistencia.[3]



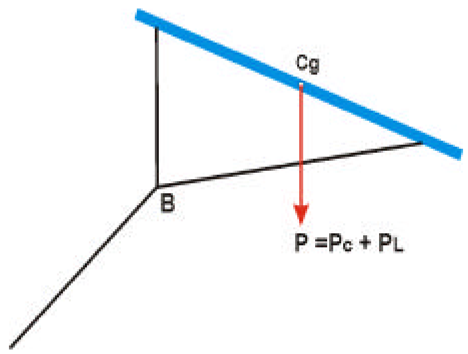
En este momento la cometa volará bajo un ángulo de ataque muy alto y debido a la disminución de la fuerza de sustentación el ángulo de elevación será bajo.



[3] ITO, T.; KOMURA, H. (1983) *Kites. The Science and the Wonder* Tokio, Japan Publications, Inc. p. 21.

Para diferentes ángulos de ataque, existirá una posición del centro de presiones (Cp) distinta. Por medio de resultados experimentales en túneles de viento, se mide dicha posición.

1.3. - PESO DE UNA COMETA PLANA IDEAL

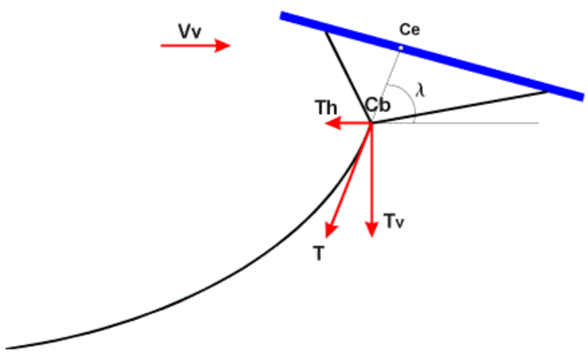


El peso de una cometa (P_c) es una fuerza constante en dirección y magnitud en cualquier posición de equilibrio. Su punto de aplicación es el centro de gravedad (Cg), el cual se ubica según sea la geometría de la cometa y la distribución de los elementos estabilizadores (cola y quillas).

En la valoración de esta fuerza hay que considerar el peso del hilo (P_L), si este es importante.

Las fuerzas de gravedad se oponen al vuelo de la cometa, esta es la razón de que para poder volar una cometa hay que emplear materiales ligeros en su construcción.

1.4. - FUERZAS DEBIDAS A LA TENSIÓN DEL HILO EN LA COMETA IDEAL



Para que una cometa ideal vuele en equilibrio, la fuerza de sustentación (L) debe vencer el peso (P), pero esta fuerza aerodinámica puede ser superior al peso y por tanto debe aparece una tercera fuerza que compense este exceso, es la denominada tensión del hilo (T).

La fuerza de tensión, se encuentra aplicada en el punto de unión de la brida con el hilo (Cb), y es tangente en ese punto a la forma que adquiere el hilo en el vuelo[4], que aparte de ser consecuencia del propio peso hay que sumarle la acción del viento sobre el mismo.

[4] El hilo sometido a su propio peso y la acción del viento, adquiere la forma de una curva denominada ***catenaria***, que es bajo ciertas aproximaciones semejante a una parábola.

La tensión en ese punto se puede descomponer en una componente vertical (Tv), que compensará el exceso de fuerza de sustentación y una componente horizontal (Th), que anulará el efecto de la resistencia del aire.

La tensión del hilo, se transmite a través del mismo hasta el piloto, siendo la fuerza que hay que realizar para mantener la cometa bajo control.

2. - EQUILIBRIO EN EL VUELO DE UNA COMETA PLANA IDEAL

"El equilibrio es tan solo un instante de perfección, la estabilidad es más: es la permanente probabilidad de que el equilibrio no esta lejos"

"Harm van Veen. The Tao of Kiteflying"

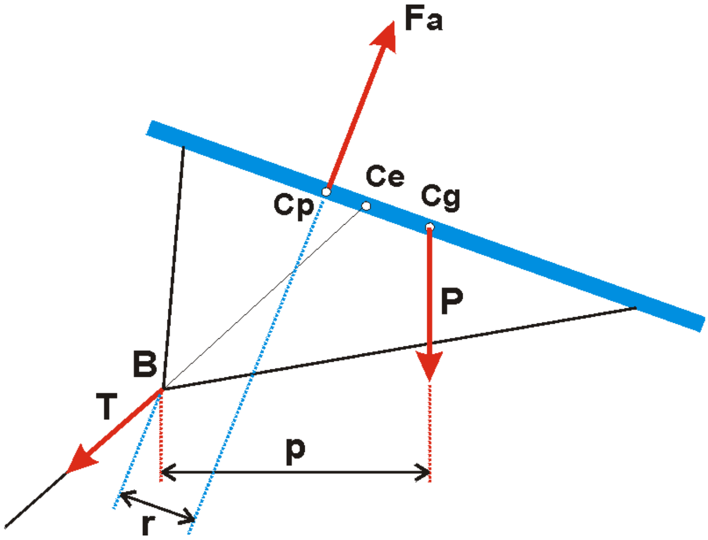
En este apartado, vamos a considerar las condiciones para que una cometa plana ideal vuelo en equilibrio. Para simplificar las cosas realizaremos este estudio sobre el plano vertical del viento[5].

Un cuerpo sometido a un numero de fuerzas se dice que esta en equilibrio cuando se cumple que la resultante de todas las fuerzas es nula y el momento total respecto a cualquier eje de giro esta compensado.

$$\sum \vec{F} = 0$$
$$\sum \vec{M} = 0$$

Una vez alcanzado el equilibrio hay que cerciorarse si el mismo es estable. Esto ocurre si ante la respuesta a una pequeña perturbación de su estado (desplazamiento, empuje, etc.), el sistema se desvía poco de esta posición de equilibrio, reaccionando para volver a una posición estable. En caso contrario el equilibrio será inestable.

Consideremos la cometa plana ideal con todas sus fuerzas aplicadas:



[5] Esto implica que tenemos controlada mediante una cola o elemento estabilizador la rotación respecto al plano de guiñada.

Las condiciones de equilibrio exigen que T sea igual y de sentido contrario a la resultante de la composición de P y F_a y la suma de los momentos de estas dos fuerzas respecto al punto B sea nulo. Esto se traduce en:

$$\vec{\mathbf{T}} = \vec{\mathbf{F}}\mathbf{a} + \vec{\mathbf{P}}$$

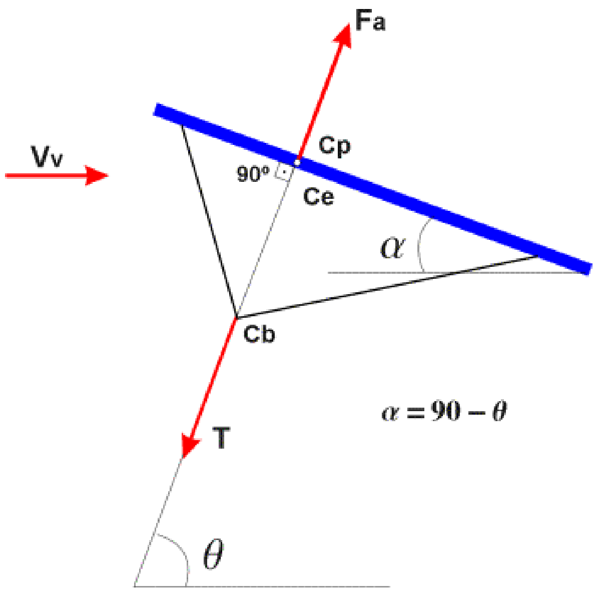
$$\mathbf{P} \times \mathbf{p} = \mathbf{Fa} \times \mathbf{r}$$

Para simplificar el estudio consideremos dos casos: Condiciones de viento fuerte y viento moderado o débil.

2.1. - CONDICIONES DE VIENTO FUERTE

Equilibrio

Para vientos superiores a 20 Km./h, el peso P de la cometa puede despreciarse en comparación con la fuerza aerodinámica. Si aplicamos las condiciones de equilibrio en esta nueva situación, se llega a la conclusión que:



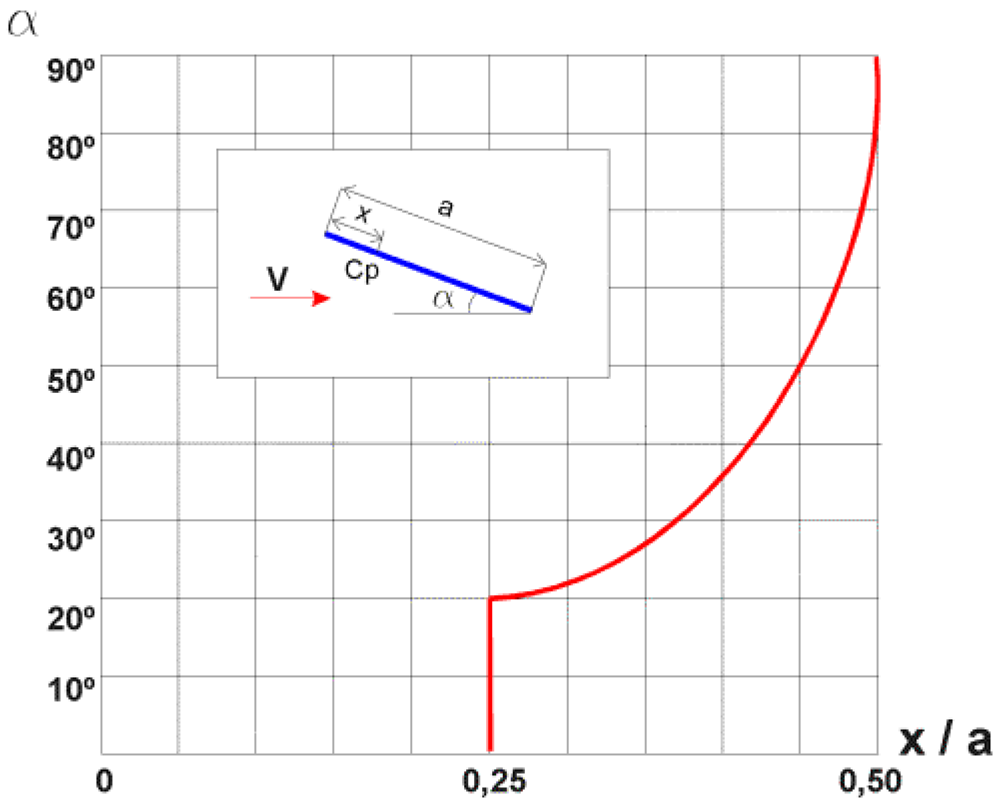
Conocido el centro de presiones de la cometa (Cp), ésta estará en equilibrio si y solo si este coincide con el centro de embridado. La fuerza aerodinámica Fa y la tensión T tendrán el mismo modulo y sentidos contrarios, perpendiculares a la superficie de la cometa. Al coincidir Cp con Ce, no existirá ningún momento de dichas fuerzas aplicadas.

Estudiemos las condiciones de estabilidad que implican esta situación.

Estabilidad

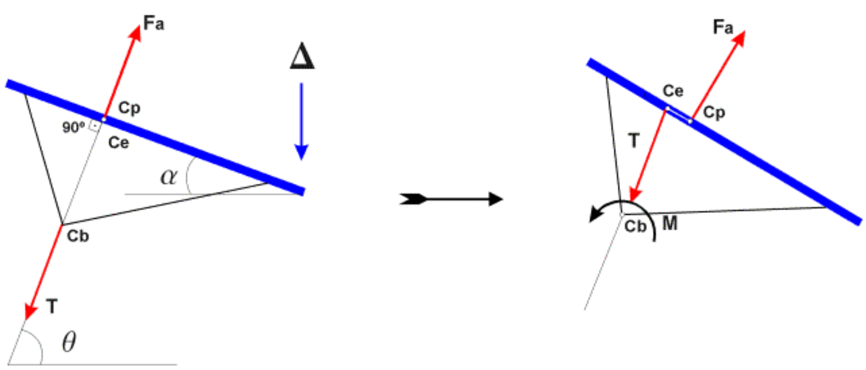
Dada una cometa en equilibrio, vamos ha estudiar cualitativamente como se comporta la misma, ante una perturbación de su posición de equilibrio.

En estas condiciones la posición del centro de presiones (Cp) viene determinado por la siguiente gráfica[6]:



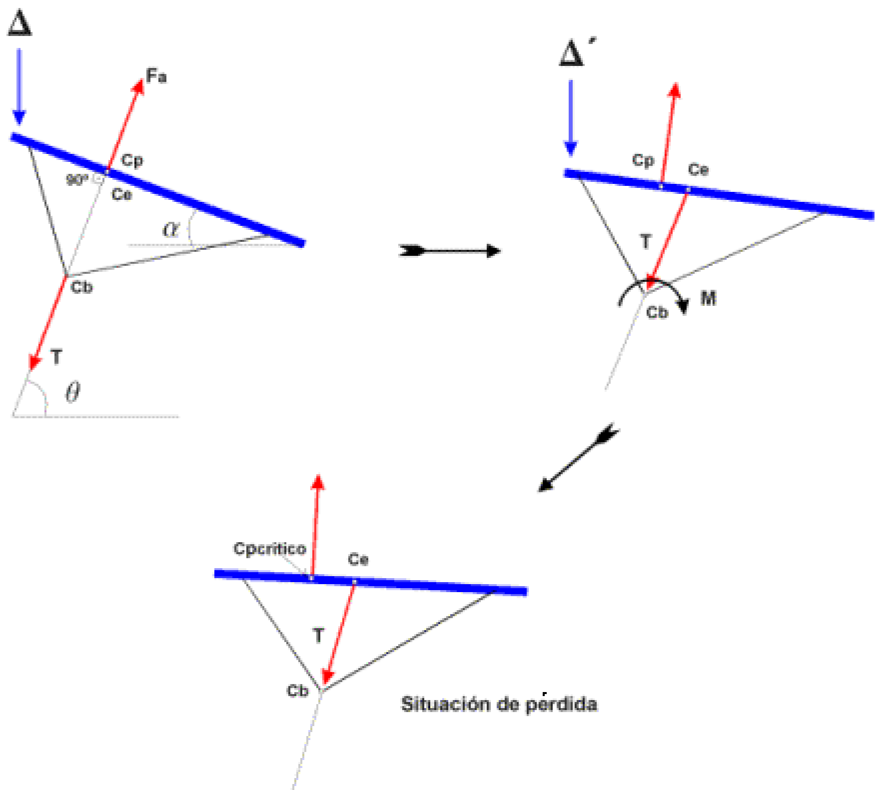
Esta gráfica nos indica no solo la posición del centro de presiones, también pone de manifiesto que para posiciones de Cp inferiores a un cuarto de la cuerda de la cometa, no existe ningún valor posible para el ángulo de ataque, por lo tanto la cometa no se estabilizará en ninguna posición. A este valor lo denominaremos $Cp_{crítico}$.

Si partimos de la cometa en su posición de equilibrio, y le aplicamos una perturbación ( ) en el borde de salida, se producirá la siguiente situación:



La perturbación aleja a la cometa de su situación de equilibrio, el centro de presiones y el centro de embridado se separan. Las fuerzas dejan de estar alineadas, apareciendo un momento respecto a Cb, que en la situación anterior era nulo. Este momento hará que la cometa tienda a girar hasta alcanzar de nuevo la posición de equilibrio.
Si la perturbación se produce en el borde de ataque de la cometa:

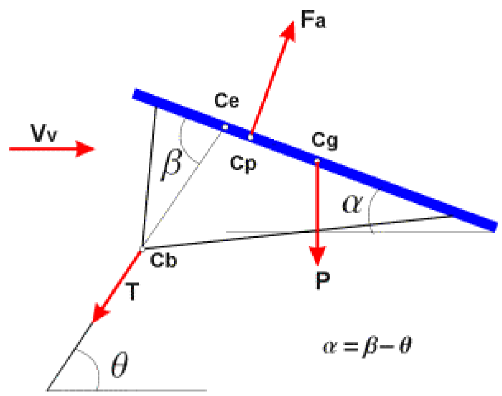
[6] ITO, T.; KOMURA, H. (1983) *Kites. The Science*... Op. Cit. p. 25.



El comportamiento es similar, pero hay que tener en cuenta una nueva condición, que el desplazamiento del nuevo centro de presiones, no debe superar el $Cp_{\text{crítico}}$, la cometa entraraá en perdida.

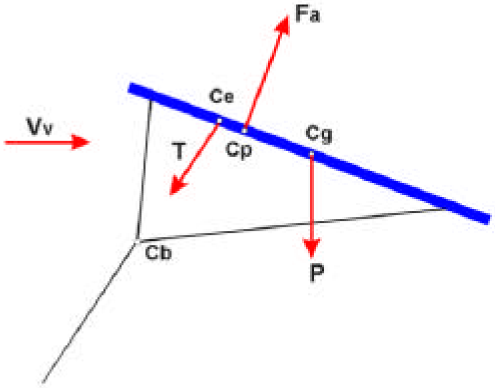
Hay que tener en cuenta también la disminución del ángulo de ataque, que implica esta perturbación, esto trae consigo una disminución de la fuerza de sustentación, agravando más la situación de equilibrio.

2.2. - CONDICIONES DE VIENTO MODERADO O DÉBIL



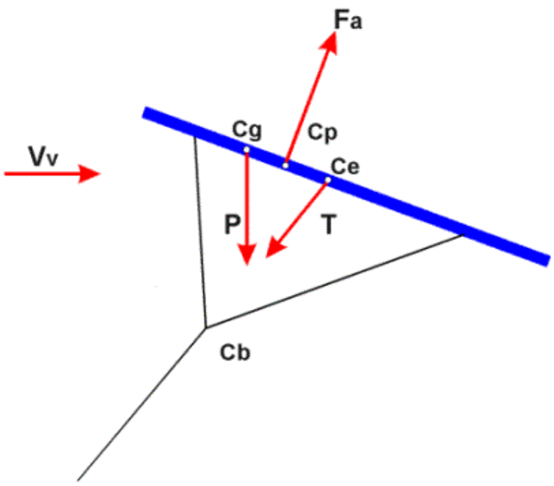
En el caso de existir un viento moderado, ya no se puede despreciar la fuerza de gravedad, y por tanto la cometa presenta el diagrama de fuerzas mostrado. La evaluación del ángulo de ataque en la situación de equilibrio se complica, ya que Cp y Cb, no coincidirá en el equilibrio. A pesar de todo, de una manera cualitativa podemos prever el comportamiento posible de la cometa. Para lo cual nos plantearemos dos situaciones posibles:

Centro de gravedad detrás



Al ser el viento moderado, lleva consigo una disminución de la fuerza aerodinámica (Fa) y la tensión (T), esto obliga a que la cometa vuele con un gran ángulo de ataque, desplazándose el centro de presiones hacia el centro de gravedad, para intentar alcanzar el equilibrio. Esta situación implica que la cometa volará con poca elevación y si la fuerza aerodinámica no compensa la tensión y el peso, la cometa se caerá.

Centro de gravedad delante



La disminución del viento, hace como en el caso anterior que disminuyan la fuerza aerodinámica (Fa) y por tanto también la tensión (T). Para buscar el equilibrio el centro de presiones tienen que desplazarse hasta el centro de gravedad, disminuyendo el ángulo de ataque, por tanto perdiendo sustentación y entrando en pérdida, estas cometas no son adecuadas para volar con vientos débiles.

Estabilidad

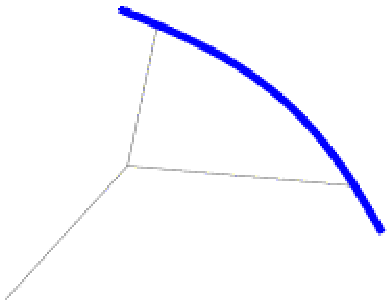
La dinámica del equilibrio, para el caso de las cometas que vuelan con vientos suaves es similar a lo expuesto para vientos fuertes, con la peculiaridad de que el peso tendrá una influencia en el ángulo de ataque inicial.

3. - EFECTOS DE LA DEFORMACIÓN AXIAL Y DIÉDRICA EN EL

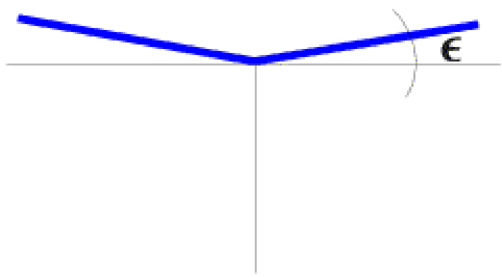
VUELO DE UNA COMETA IDEAL

Cuando vuela una cometa, sobre su superficie aparecen una serie de deformaciones consecuencia de la fuerza del viento.

Consideremos dos tipos de deformaciones: la axial (cambio de curvatura en el sentido de la cuerda de la cometa) y la diédrica (ángulo que se forma a lo largo de la envergadura de la cometa respecto al plano, que se apoya en la espina central).

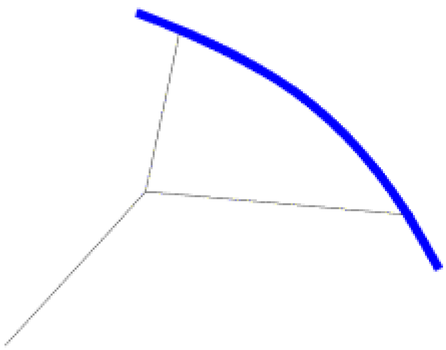


Deformación axial

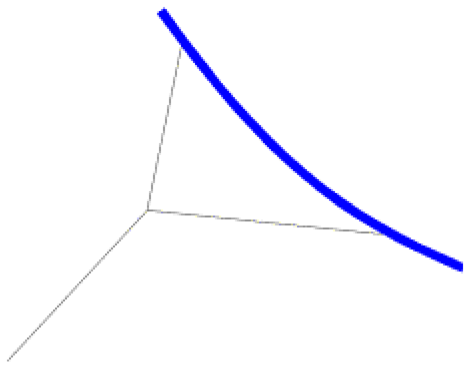


Deformación diédrica (ϵ)

Dependiendo de la forma de la cometa y de la disposición de las bridas, la deformación axial puede ser cóncava o convexa.



cóncava

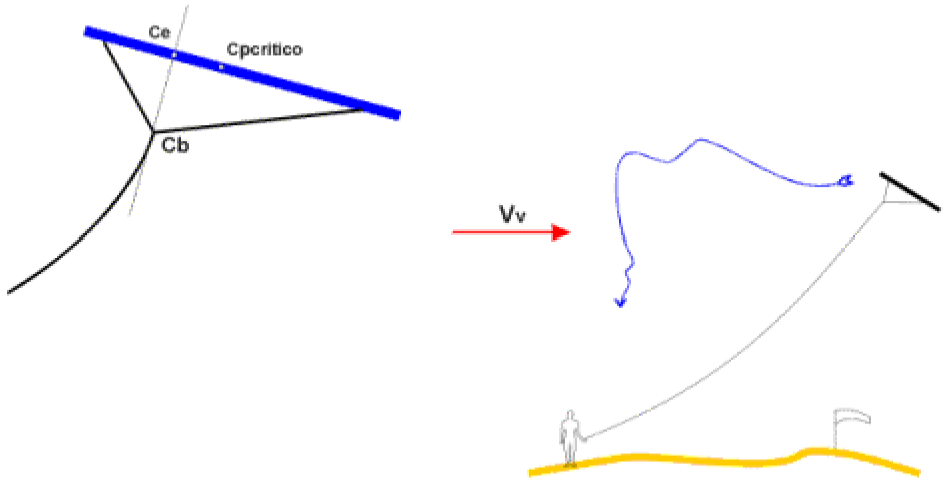


convexa

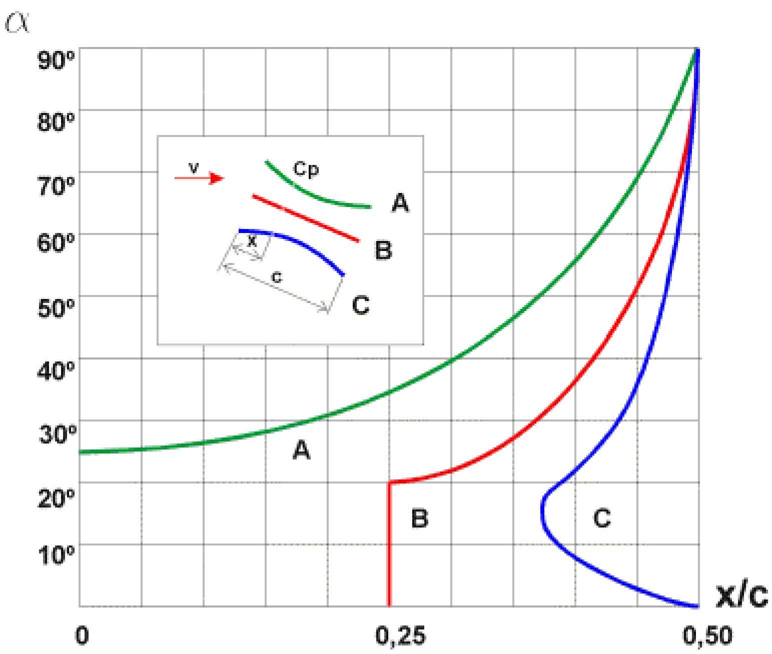
3.1. - DEFORMACIÓN AXIAL

Una cometa plana no puede presentar un ángulo de ataque inferior al crítico, lo que es lo mismo, que el centro de embridado nunca supere la posición del centro de presiones crítico.

Una cometa en estas condiciones entrará en pérdida y caerá al suelo.



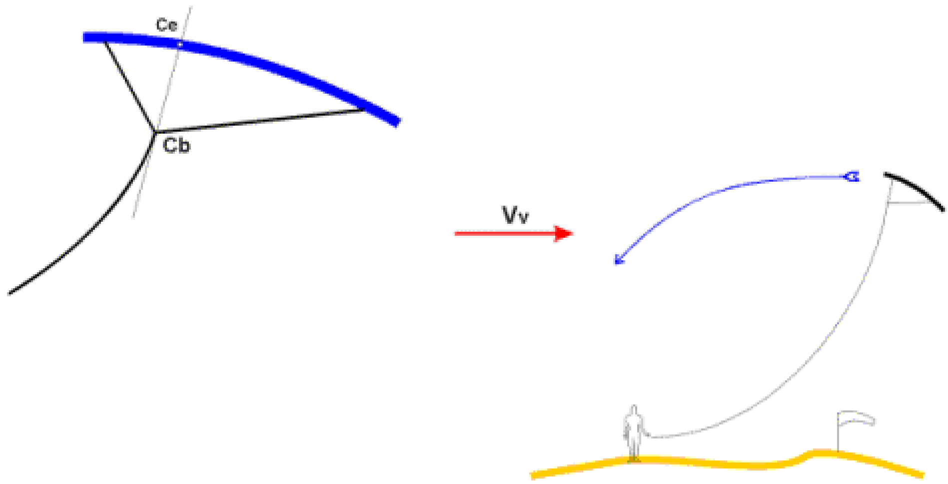
Consideremos ahora la grafica que nos muestra la posición de Cp para distintos ángulos de ataque, en condiciones de viento fuerte [7].



Si la cometa se vuelve convexa, la gráfica nos muestra que a toda posición de Cp le corresponde un ángulo determinado. El centro de presiones crítico se sitúa muy cerca del borde de ataque. Como la curva siempre es creciente, la cometa siempre conserva su estabilidad. Ante cambios de la velocidad del viento, una convexidad moderada es beneficiosa, ya que permite que el ajuste no sea crítico.

Si la cometa se vuelve cóncava, por debajo de un ángulo crítico la gráfica es decreciente, lo que implica que si aumenta el ángulo de ataque desde cero hasta el ángulo crítico, la posición del centro de presiones se irá acercando al borde de ataque, con la consiguiente tendencia a planear hacia la posición del piloto. La cuerda o hilo se quedará sin tensión y entrará en pérdida.

[7] ITO, T.; KOMURA, H. (1983) *Kites. The Science...* Op. Cit. p. 30.

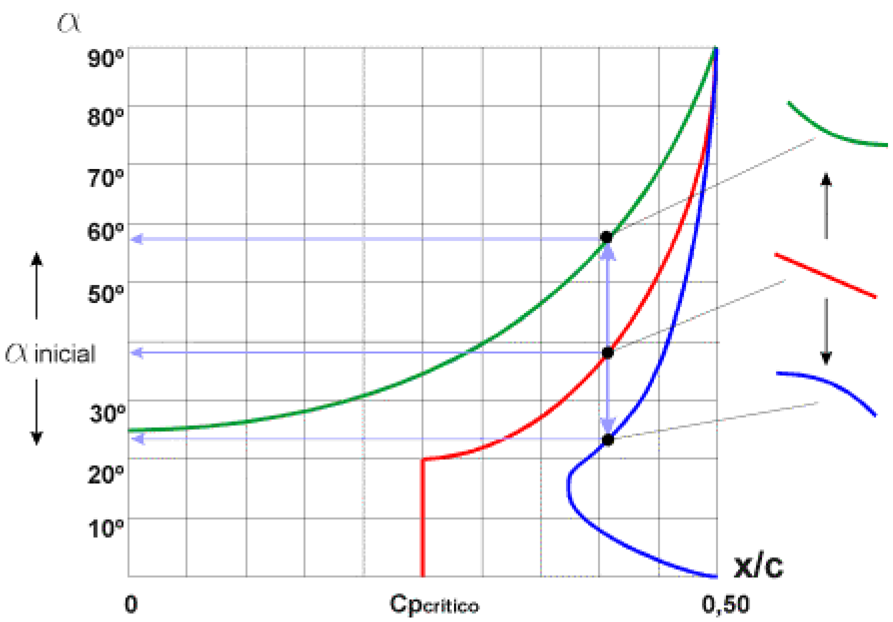


Podemos diseñar la cometa cóncava dentro de la zona de planeo, siempre que las bridas de la cometa, se ajusten a un determinado centro de embridado, para las diferentes velocidades del viento.

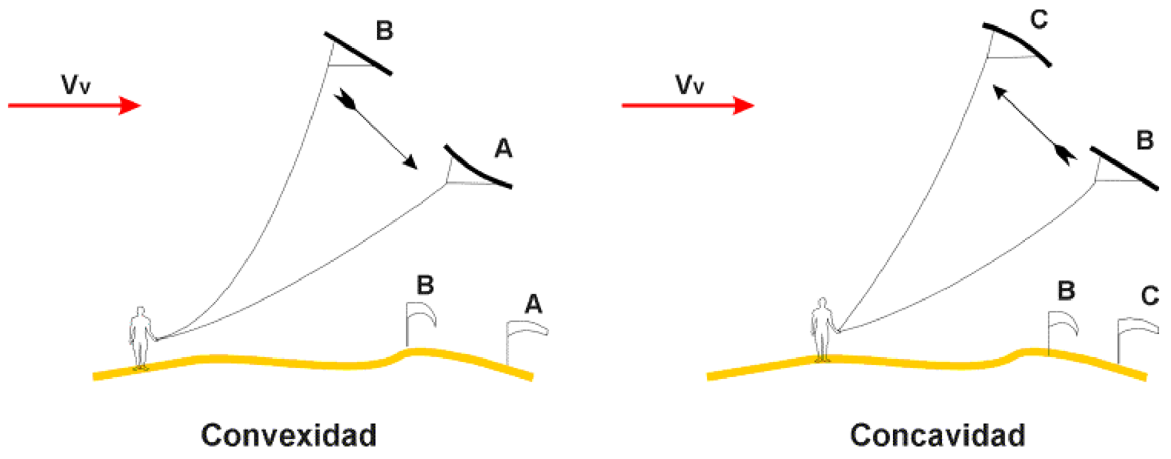
Por encima del ángulo critico, la cometa debe tener un comportamiento estable.

Consideremos el caso de que una cometa plana, en su posición de equilibrio, se vuelve cóncava o convexa.

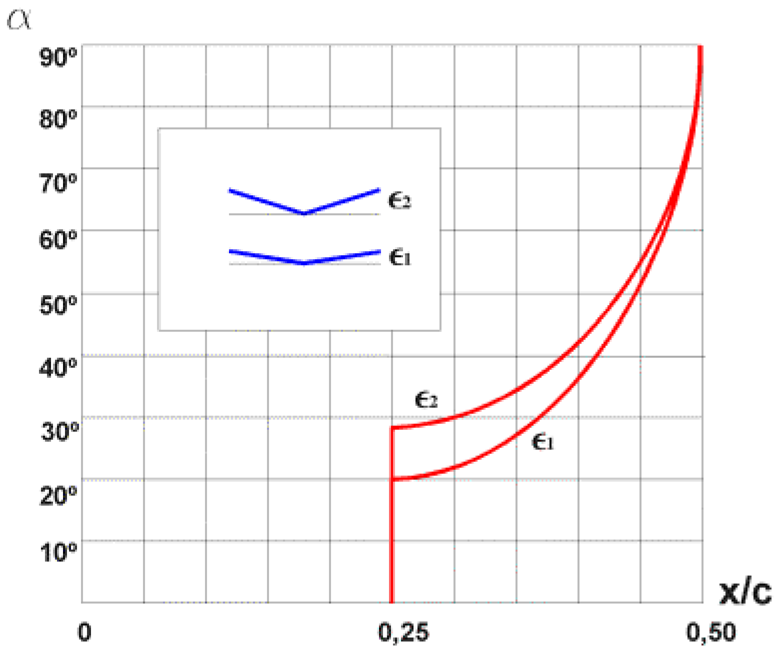
Si mantenemos el mismo centro de embridado, que en la posición de equilibrio, para viento fuerte, coincide con el centro de presiones, según se ha visto anteriormente, un aumento de la convexidad obliga a la cometa aumentar el ángulo de ataque para restablecer el equilibrio, según se ve en la gráfica. Como consecuencia de ello disminuirá el ángulo de elevación, y la cometa perderá altura.



Por el contrario, un aumento de la concavidad, para ángulos de ataque superior al crítico (fuera de la zona de planeo), obliga a la cometa a disminuir el ángulo de ataque para restablecer el equilibrio, según se ve en la gráfica. En este caso, aumentará el ángulo de elevación y la cometa ganará altura



3.2. - DEFORMACIÓN DIÉDRICA



En una cometa con una sola brida central, la fuerza del viento tiende a plegar la estructura hacia atrás y por tanto aumenta el ángulo diédrico.

Para entender los efectos de este tipo de alteración estructural, utilizando los resultados experimentales obtenidos en los túneles de viento, son los que se han reflejado en la gráfica[8].

Se observa que un aumento en el ángulo diédrico no implica una variación de la forma de la

[8] ITO, T.; KOMURA, H. (1983) *Kites. The Science...* Op. Cit. p.32

curva. Luego la reacción de la cometa frente una perturbación externa no se ve afectada, es decir, conserva las mismas características en cuanto a su estabilidad.

Respecto al ángulo de ataque, si se mantiene el centro de embridado, al aumentar el ángulo diédrico la cometa aumenta su ángulo de ataque. Este aumento, se traducirá nuevamente en una disminución de la altura de vuelo, tal como ocurría con la convexidad.

4. - EL CENTRO DE EMBRIDADO EN LA COMETA PLANA IDEAL

En la mayoría de las cometas, el hilo no se ata directamente a la estructura de la misma, sino que se hace a la denominada brida.

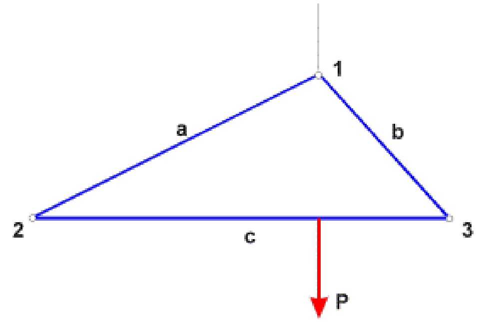
La brida, posee con independencia de su forma y geometría, las siguientes misiones básicas:

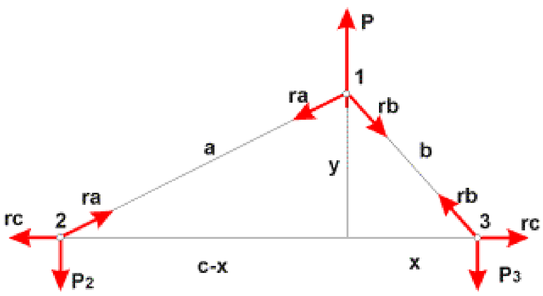
- Fijan el ángulo de ataque de la cometa
- Repartir la tensión del hilo entre los distintos puntos de la estructura de la cometa.
- Permite el control del cabeceo y del balanceo.

4. 1. - BRIDA BÁSICA

Imaginemos un triángulo formado pos tres varillas, rígidas, de material muy ligero y articulada en los extremos. Aplicaremos un peso P, en la vertical del punto de sustentación.

En esta estructura aparecerán las siguientes fuerzas:



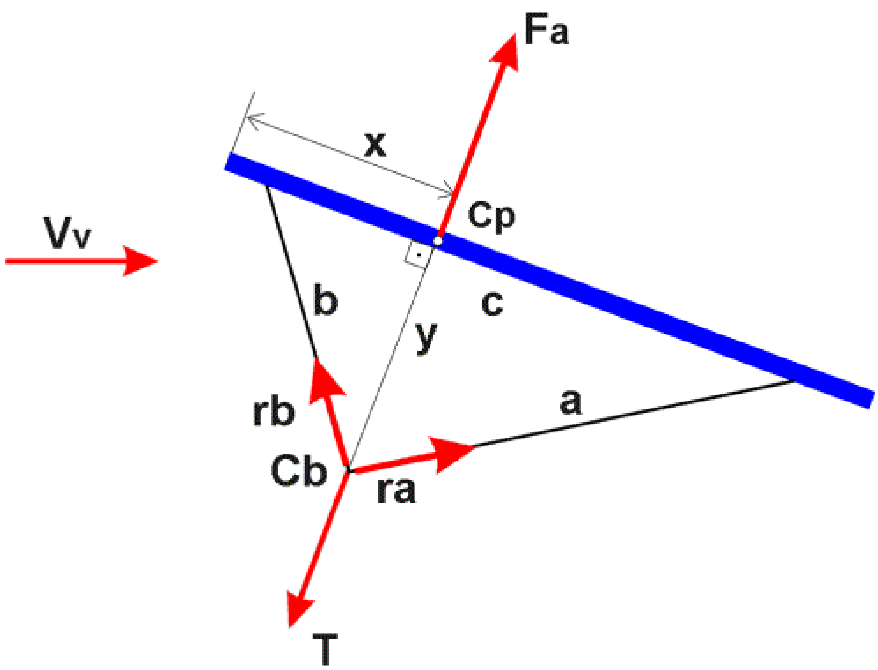


$$r_c = P\,\frac{v\,(1-v)}{u} \qquad u = \frac{y}{c} \qquad v = \frac{x}{c}$$

$$r_b = P\,\frac{1-v}{u}\sqrt{u^2+v^2}$$

$$r_a = P\,\frac{v}{u}\sqrt{u^2+(1-v)^2}$$

Si el peso P, es mucho más grande que el peso de las armaduras, el conjunto se mantendrá en equilibrio. Las varillas "a" y "b", están trabajando a tracción y la "c" a compresión. Por tanto, se puede sustituir las varillas "a" y "b" por hilos resistentes.

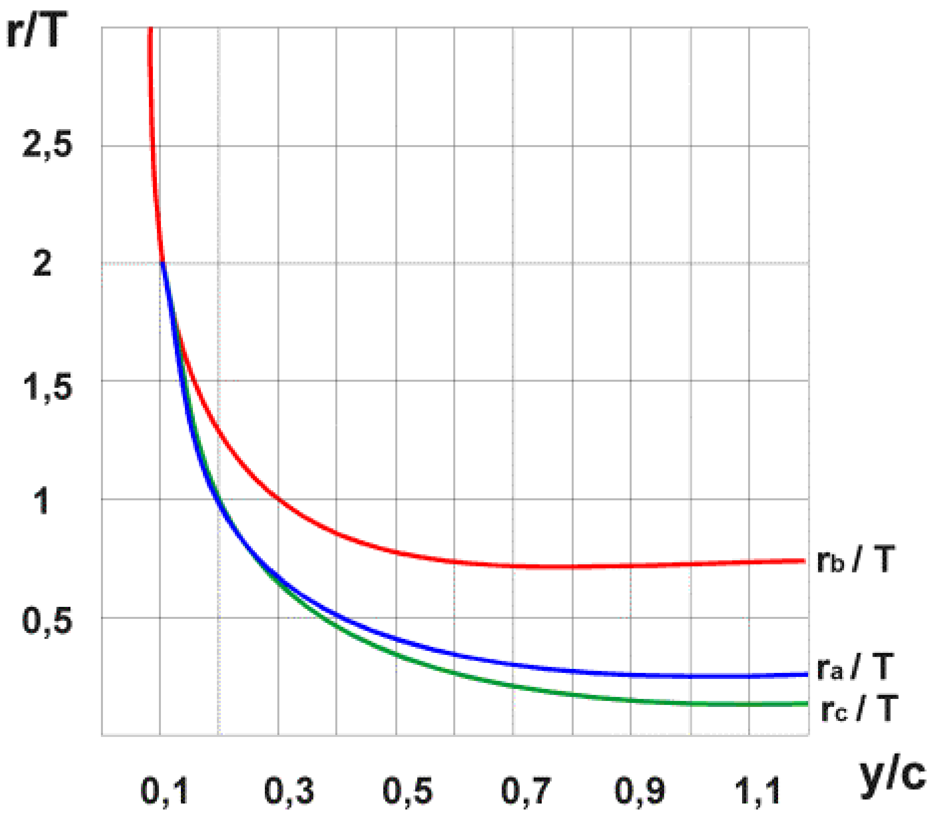


Consideremos una cometa ideal en equilibrio con viento fuerte, que según se vio, el centro de embridado coincide con el centro de presiones (Cp = Ce).

Para la brida considerada supongamos que hacemos x/c = 0,25, es decir. Que Cp se encuentra a c/4 del borde de ataque [9].

Representaremos r_a, r_b y r_c normalizadas a la tensión T en función de y/c.

[9] No se pierde generalidad si se hace igual la distancia x, considerada desde el punto de unión de la brida superior y la estructura o desde el borde de ataque. Igualmente se puede considerar c, como la distancia entre los puntos de unión de las bridas



Para y/c = 0,3 $r_b / T = 1$ $r_a / T = 0{,}7$ $r_c / T = 0{,}65$

Esto quiere decir, que la tensión en el hilo es igual a la de la brida "b", el 70% en "a" y el 65% en "c".

Por ejemplo, si la tensión en el hilo T = 15 Kg., tendremos:

$r_a = 15 \times 0{,}7 = 10{,}5$ Kg.
$r_b = 15$ Kg.
$r_c = 15 \times 0{,}65 = 9{,}8$ Kg.

Si observamos la gráfica, para relaciones y/c < 0,3, los esfuerzos que se generan en las armaduras aumenta considerablemente:

Para y/c = 0,1 $r_b / T = r_a / T = r_c / T = 2$

Lo que resulta que para T = 15 Kg., tendremos:

$r_a = r_b = r_c = 2 \times 15 = 30$ Kg.

Estos valores podrían romper los hilos de las bridas y plegar la estructura de la cometa.

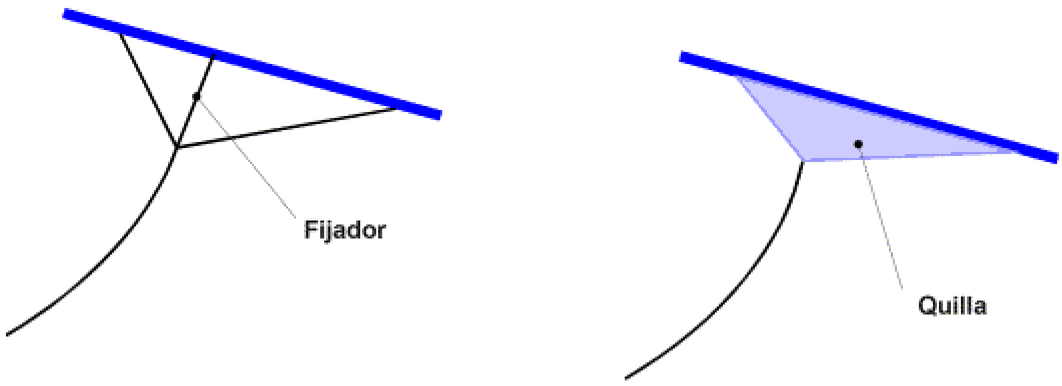
Por otro lado, para valores de y/c > 1, los esfuerzos en los hilos y en la estructura de la cometa no varían mucho.

Por tanto como conclusión:

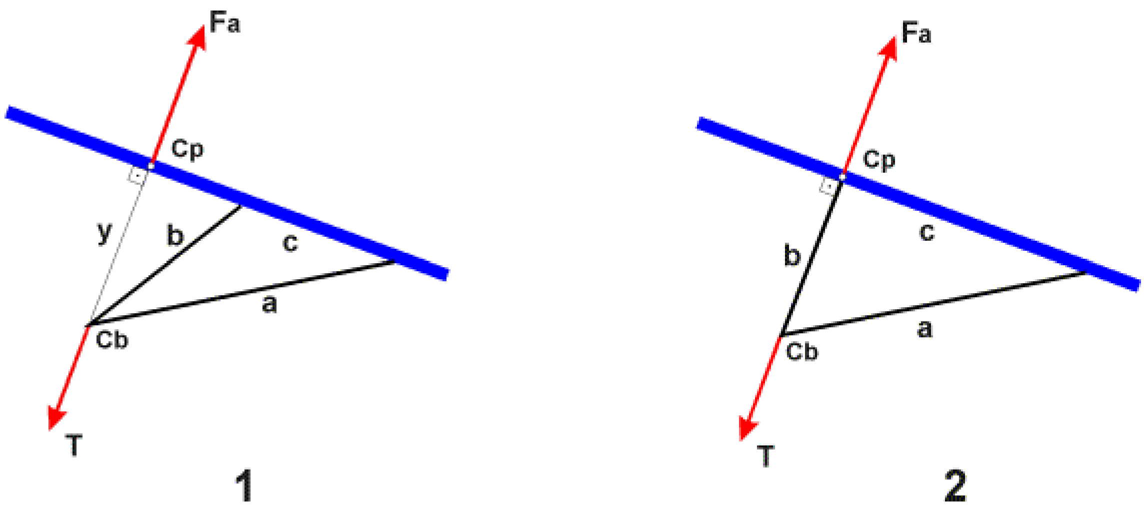
" La relación **y/c** en una brida, tendrá un valor comprendido entre 0,3 y 1 "

$$0{,}3 < y/c < 1$$

Si por algún motivo, es necesario utilizar una brida con la relación y/c inferior al valor 0,3, tendremos que usar un fijador central o una quilla[10].



Consideremos las dos situaciones siguientes:



Estos casos son las llamadas "falsas bridas". Si observamos el caso 1, las fuerzas T y Fa tienden a separar los puntos Ce y Cp. Para impedir la deformación de la armadura "a b c", el segmento "a" tiene que ser una varilla rígida, ya que trabaja a compresión.

La situación límite de la falsa brida es la correspondiente al caso 2. Aquí se puede observar que el segmento "b", está en línea con las fuerzas T y Fa. Esto significa que el ángulo de ataque queda fijado por el Cp escogido, y el segmento "a" no hace ningún tipo de esfuerzo,

[10] Pieza de tela con forma triangular que sirve como brida y estabilizador lateral, impidiendo la guiñada de la cometa

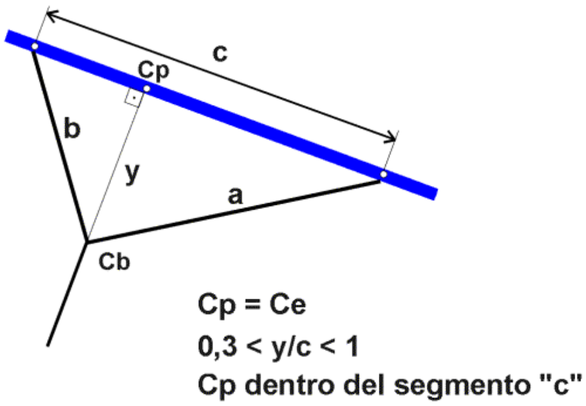
pudiendo ser eliminado.

Por regla general, la falsa brida da malos resultados, por tanto:

" La brida ha de estar unida a la estructura de la cometa, de manera que Cp este situado dentro del segmento c "

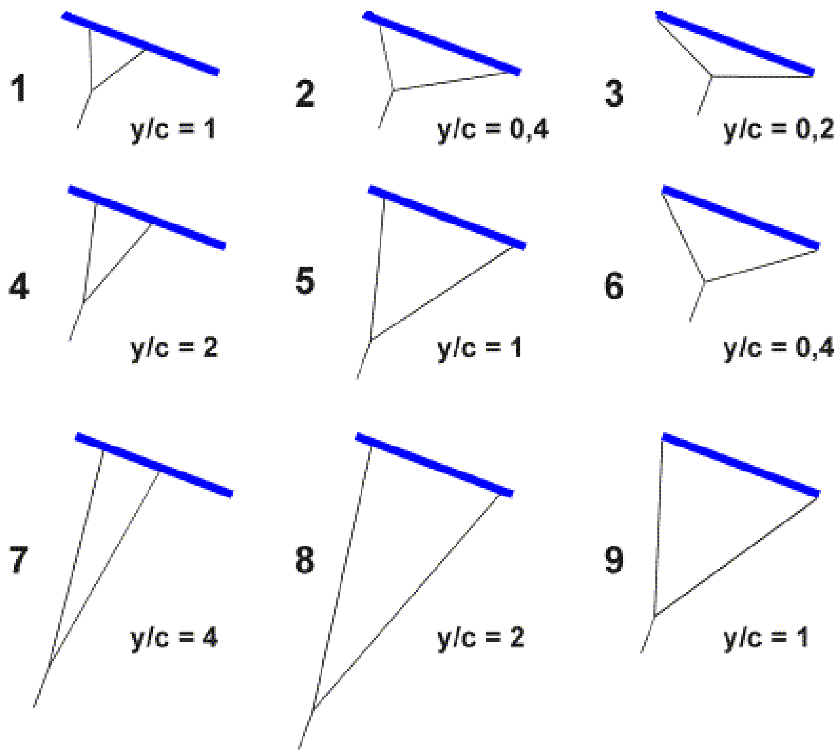
Estos criterios utilizados para bridas triangulares, pueden ser empleados en bridas tridimensionales (tetraédricas, etc.).

Como resumen podemos decir que para escoger el centro de embridado más correcto se deben cumplir las tres reglas:



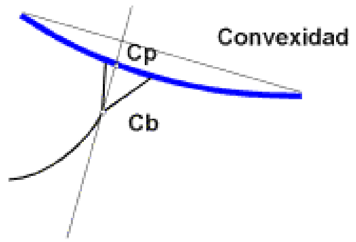
4.2. -EFECTO DE LA SEPARACIÓN ENTRE LOS PUNTOS DE UNIÓN DE LAS BRIDAS

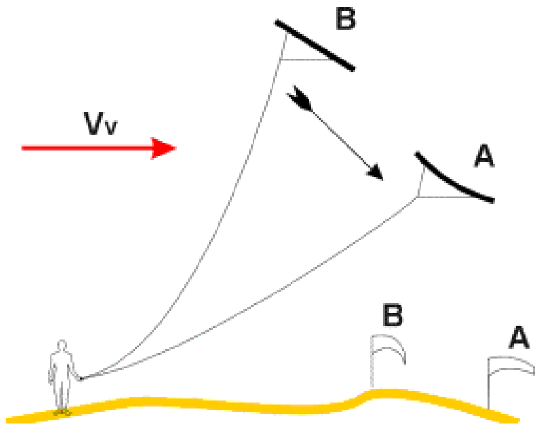
Consideremos las siguientes uniones de una brida simple:



Uniones cerca del centro de presiones

Los casos 1, 4, y 7 tienen en común, que en todos ellos, los puntos de atado de la brida a la estructura se encuentran cerca del centro de presiones (Cp).





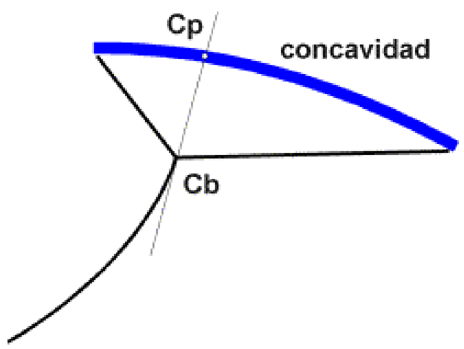
En estas condiciones, la fuerza del viento tenderá a deformar la cometa, dándole cierta convexidad, esto se traducirá inevitablemente en un aumento del ángulo de ataque y en una pérdida de la altura de vuelo.

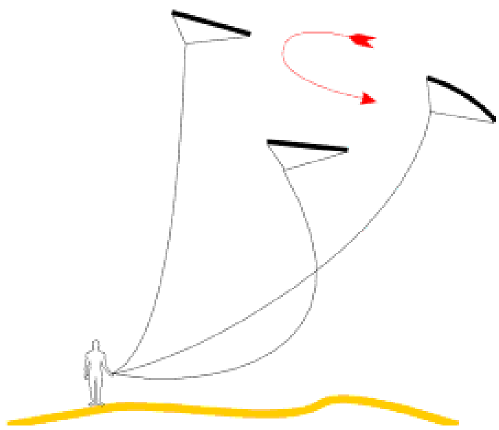
Por lo que respecta a la estabilidad longitudinal, el ajuste es un poco más crítico, que cuando las uniones están más separadas. Esta dificultad aumenta a medida que la relación y/c crece, como en los casos 4 y 7.

Uniones cerca de los extremos

Son las uniones más utilizadas, ya que dan los mejores resultados.

Este tipo de unión (casos 3, 6 y 9), hace que la cometa se estabilice longitudinalmente y permite un ajuste más preciso del centro de presiones.

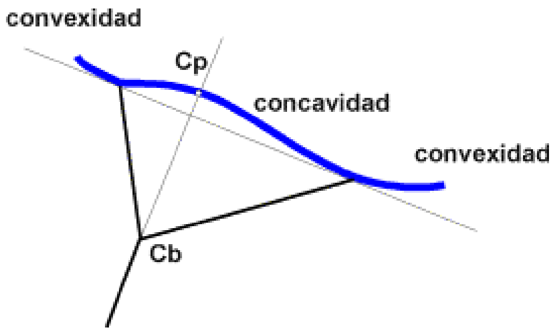




La estructura de la cometa tiene que ser rígida, para evitar un efecto que aparece a cierta velocidad del viento: el "galopeo".Este efecto, tiene su explicación por la concavidad que aparece en la estructura. Esto hace que la cometa gane altura y disminuya por lo tanto su ángulo de ataque, lo que implica una disminución de la fuerza aerodinámica. La estructura recuperará la forma plana.

Pero como ha disminuido la fuerza aerodinámica, la cometa pierde la altura que había ganado, aflojando la tensión del hilo. Seguidamente, la cometa se desplazará hacia atrás, hasta que la línea vuelva a tener suficiente tensión y se vuelva a repetir el ciclo, indefinidamente.

Uniones compensadas



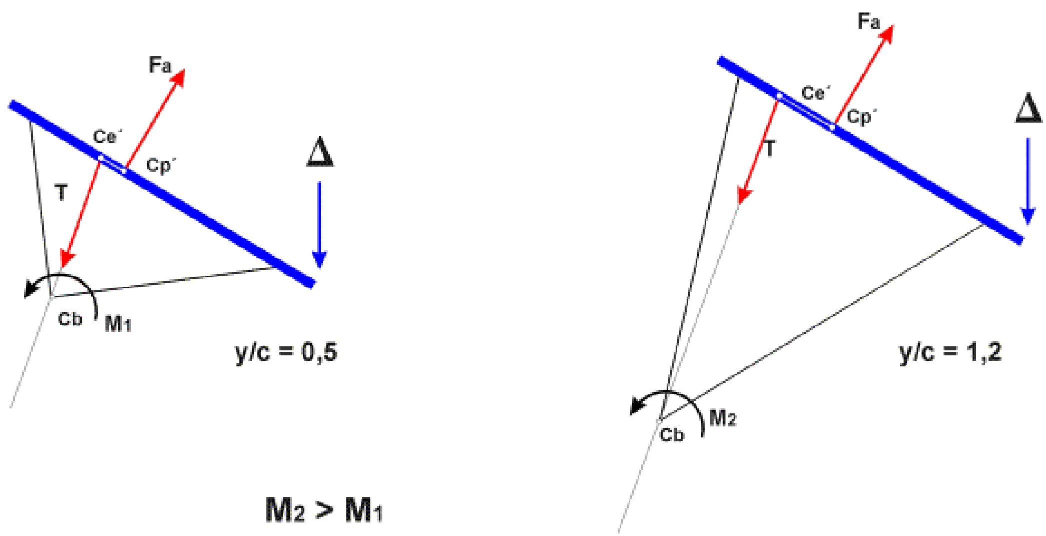
Las bridas se unen a la armadura, en puntos intermedios que compensen los efectos anteriores. Estas uniones son las más empleadas en las cometas deportivas o de dos hilos.

Modificando las posiciones de los puntos de unión, es posible llegar a una disposición tal, que el efecto de pérdida de altura por la convexidad de los extremos, quede compensada por el aumento de altura que propicia la concavidad entre las uniones.

4.3. - EFECTO DE LA LONGITUD DE LAS BRIDAS

En condiciones de viento fuerte y sin tener en cuenta el efecto de la deformación de la estructura, cuanto más grande es la relación y/c, más estable es la cometa.

Sean dos cometas, con diferente relación y/c en sus bridas, y las perturbamos por el borde de fuga.



Si la misma perturbación ( ), afecta a las dos cometas, la separación de los puntos Ce´ y Cp´ será mayor en el caso 2. Por tanto, la magnitud del momento reparador M_2 será más enérgico que M_1. Esto hará que la cometa 2 recupere el equilibrio más rápido que la 1, en otras palabras, la cometa 2 admite perturbaciones más fuertes.

Además con la relación y/c con un valor próximo a 1, se reducen las tensiones de las cuerdas de las bridas y el esfuerzo de la estructura (deformaciones).

Por otro lado, con vientos suaves, las bridas largas tienen tendencia a corvarse y perder su condición de indeformabilidad. Eso provoca una cierta inestabilidad, en forma de cabeceo, pero sin pérdida de control.

Por lo tanto, como nunca evitaremos las deformaciones, podemos dar la cuarta regla para la situación del centro de embridado:

"Las uniones de las bridas a la armadura de la cometa, se han de situar de manera que compensen el efecto de las deformaciones".

5.- PRINCIPIOS DE SEMEJANZA EN UNA COMETA IDEAL

Vamos a estudiar en este apartado, que efectos ocurren en una cometa ideal si construimos otra cometa semejante, aumentando o disminuyendo sus dimensiones.

Cuando variamos las dimensiones de una cometa, para que su vuelo lo haga en las mismas condiciones, no basta que su forma sea semejante[11], es necesario que se cumplan unas relaciones sencillas para conseguir la semejanza física[12].

Supongamos que duplicamos la escala de una cometa, su superficie aumentará cuatro veces, pero en cambio su volumen lo hará ocho.

La fuerza aerodinámica en un cometa es proporcional al área efectiva y a la velocidad del viento al cuadrado:

$$\mathbf{Fa} \quad \mathbf{A\, v_v^2}$$

El peso (P) depende de la densidad o peso especifico ( ) de los materiales que esta formada la cometa, así éste será proporcional al volumen (V) de la misma:

$$\mathbf{P} \qquad \mathbf{V}$$

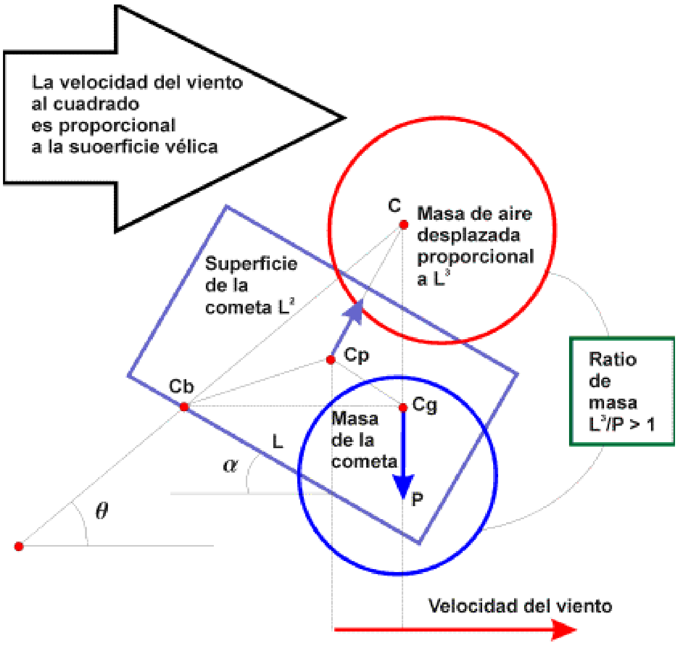
Por lo tanto, si aumentamos la escala de la cometa dos veces, la fuerza aerodinámica aumentará en la misma proporción que la superficie (cuatro veces), pero el peso lo ha hecho en la misma proporción que el volumen (ocho veces). Luego la cometa escalada no volará, al menos que aumente la velocidad del viento o la hagamos más ligera.

Con esto se quiere decir, que es necesario mantener unas condiciones para que el aumento o disminución en la escala de una cometa no afecten a las características del vuelo.

[11] La llamada semejanza geométrica.

[12] Cuando existe una relación dada de las magnitudes físicas entre el modelo y su escala.

5.1. -FORMULAS DE SEMEJANZA



Sea L una dimensión lineal de la cometa, su superficie será:

$$\mathbf{A = L^2}$$

Con la cometa en equilibrio, la fuerza aerodinámica es igual al peso;

$$\mathbf{Fa = P}$$

Como:

$$\begin{array}{ccccc} & \mathbf{Fa} & & \mathbf{A\ v_v^2} & \\ \mathbf{P} & & \mathbf{V} & & \mathbf{L^3} \end{array}$$

Implica:

$$\mathbf{P \quad A\ v_v^2}$$

$$\boxed{\mathbf{V_v^{\,2} \text{ » } \frac{P}{A}}}$$

Definamos una relación denominada "ratio de masa" (MR), que relaciona la masa de aire desplazada por la cometa con la masa de la misma. Este número adimensional, se puede estimar como:

Masa de aire desplazada $\quad L^3$
Masa de la cometa $\quad P$

Luego:

$$\boxed{\mathbf{MR \text{ » } \frac{L^3}{P}}}$$

5.2.- CONDICIONES PARA LOS CAMBIOS DE ESCALA

Sea una cometa con dimensiones L, volando con una velocidad del viento Vv. Realicemos un cambio de escala de factor X, ¿Cuál debe ser el nuevo peso (P_1) y el nuevo ratio de masa (MR_1), para que la cometa vuele con el mismo viento?.

$$\mathbf{L_1 = X\,L}$$

$$\mathbf{A_1 = X^2\,A}$$

$$\mathbf{V_v = V_{v_1} = \frac{P}{A} = \frac{P_1}{A_1};}$$

$$\mathbf{\frac{P_1}{X^2\,A} = \frac{P}{A} \;\Rightarrow\; P_1 = X^2\,P}$$

Conclusión, el peso debe aumentar en el factor de escala al cuadrado

$$\mathbf{MR \approx \frac{L^3}{P}}$$

$$\mathbf{MR_1 \approx \frac{L_1^{\,3}}{P_1} = \frac{X^3L^3}{X^2P} = \frac{XL^3}{P} \;\Rightarrow\; MR_1 = X\,MR}$$

Conclusión, se debe aumentar el ratio de masa en el mismo factor de escala.

Sea la cometa de dimensiones lineales L, realicemos un cambio de escala de factor X, manteniendo el mismo ratio de escala. ¿Cuál debe ser el nuevo peso (P_1) y con qué nueva velocidad del viento volará?.

$$\mathbf{L_1 = X\,L}$$

$$\mathbf{A_1 = X^2\,A}$$

$$\mathbf{MR_1 = MR}$$

$$\mathbf{MR \approx \frac{L^3{}_1}{P_1}}$$

$$\mathbf{\frac{L^3{}_1}{P_1} = \frac{L^3}{P}}$$

$$\mathbf{\frac{X^3L^3}{P_1} = \frac{L^3}{P} \;\Rightarrow\; P_1 = X^3P}$$

Luego el peso debe aumentar en el factor de escala al cubo.

$$V_{v_1}{}^2 \approx \frac{P_1}{A_1} = \frac{X^3 P}{X^2 A} = \frac{XP}{A}$$

$$V_v{}^2 \approx \frac{P}{A} \Rightarrow V_{v_1}{}^2 = X V_v{}^2$$

Luego la velocidad del viento nueva con la que volará la cometa es:

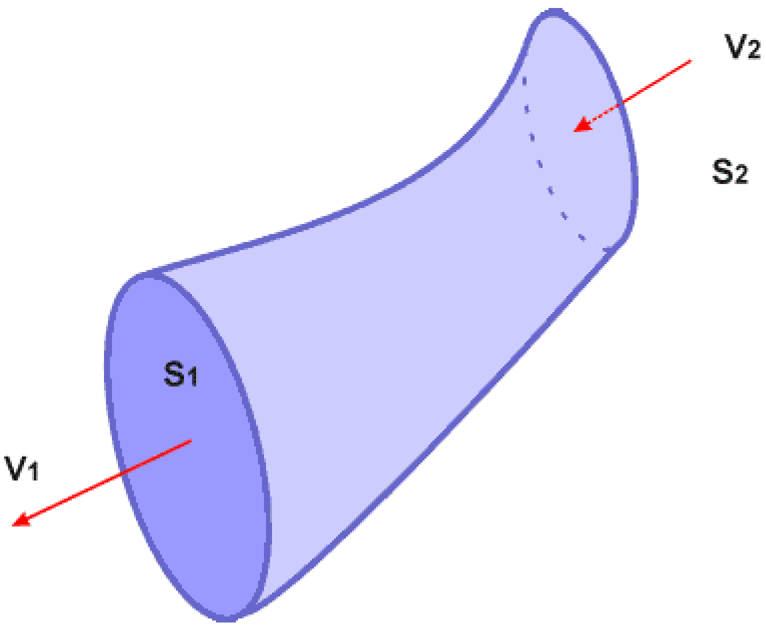
$$V_{v_1} = V_v \sqrt{X}$$

TABLA RESUMEN

CONDICIÓN 1		CONDICIÓN 2	
VELOCIDAD DEL VIENTO INVARIABLE		RATIO DE MASA INVARIABLE	
X>1	X<1	X>1	X<1
No varía la carga vélica (P/A)	No varía la carga vélica (P/A)	Mayor carga vélica (P/A)	Menor carga vélica (P/A)
El peso crece con el área	El peso disminuye con el área	El peso crece con el volumen	El peso disminuye con el volumen
Mayor estabilidad	Menor estabilidad	En vientos fuertes alguna perdida de estabilidad	La estabilidad no cambia o a veces crece con vientos ligeros
Se necesita un material más ligero	Se puede utilizar un material más pesado	Se necesita más viento para volar	Se necesita menos viento para volar

APÉNDICE. CONCEPTOS ELEMENTALES DE MECÁNICA DE FLUIDOS

1. - ECUACIÓN DE CONTINUIDAD



Consideremos un fluido, que atraviesa dos superficies S_1 y S_2, las cuales, son perpendiculares a las direcciones de las *líneas de corriente*[13] del fluido. Como entre ambas superficies no existe ninguna fuente ni sumidero de fluido, la masa que atraviesa las superficies tiene que ser igual, por tanto:

$$M_1 = M_2$$

La masa de fluido en movimiento que atraviesa una superficie, es igual:

$$M = \quad S\,v$$

: Densidad del fluido (Kg/m^3).
S: Área (m^2).
v: velocidad del fluido (m/s).

Si consideramos que la densidad del fluido no varía entre las dos superficies, tenemos:

$$M_1 = \quad S_1 v_1 = M_2 = \quad S_2 v_2$$

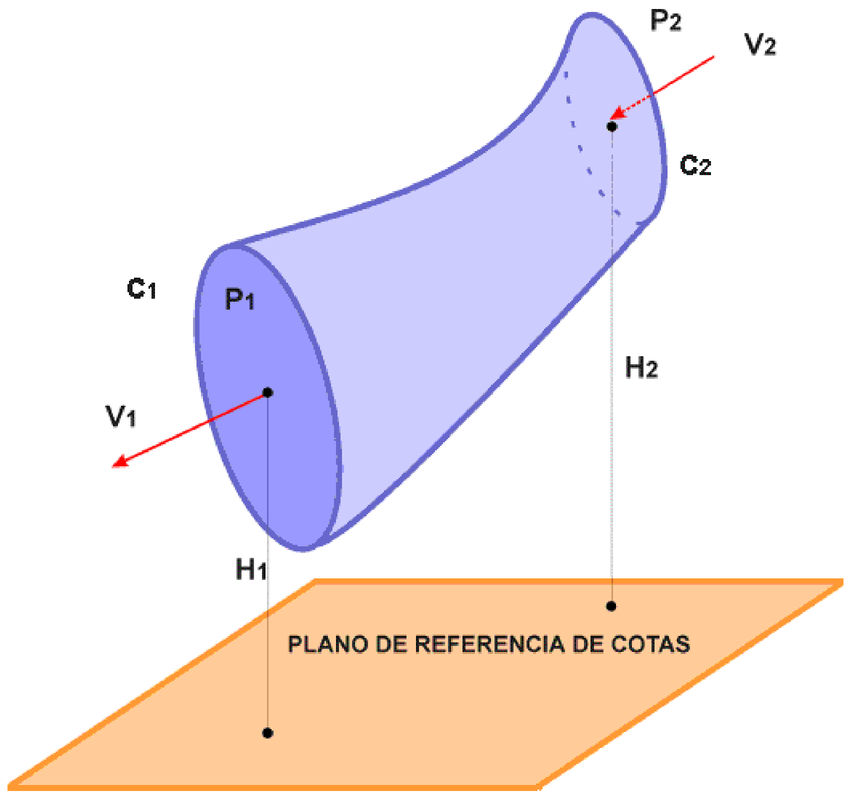
$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

S v = constante   Ecuación de Continuidad

[13] Dícese de la línea que en cada uno de sus puntos es tangente al vector velocidad de una partícula de fluido en un momento dado

2. -TEOREMA DE BERNOULLI

Sea un tubo de corriente[14] que pasa por dos líneas cerradas C_1 y C_2.



En la superficie formada por el plano que contiene la línea cerrada y corta al tubo de corriente, podemos considerar que la velocidad, la presión y la altura respecto a un plano de referencia es constante.

Se define la presión estática de un fluido:

$$Pe = p + \quad g\, h$$

p: Presión sobre la superficie.
: Densidad del fluido (Kg/m^3).
g: aceleración de la gravedad (9,81 m/s^2).
h: altura de la superficie respecto al plano de referencia.

Se define la presión dinámica de un fluido:

$$Pd = 1/2 \quad v^2$$

: Densidad del fluido (Kg/m^3).
v: velocidad del fluido (m/s).

[14] El tubo de corriente es una superficie formada por líneas de corriente que pasan por los puntos de una línea cerrada

Esta presión es la debida a la velocidad del fluido en su movimiento.

El teorema de Bernoulli establece que la suma de la presión estática y la presión dinámica permanece constate a lo largo de un tubo de corriente

$$Pe + Pd = \text{constante}$$

$$p + \quad g\,h + 1/2 \quad v^2 = \text{constante}$$

Esto significa que en la figura:

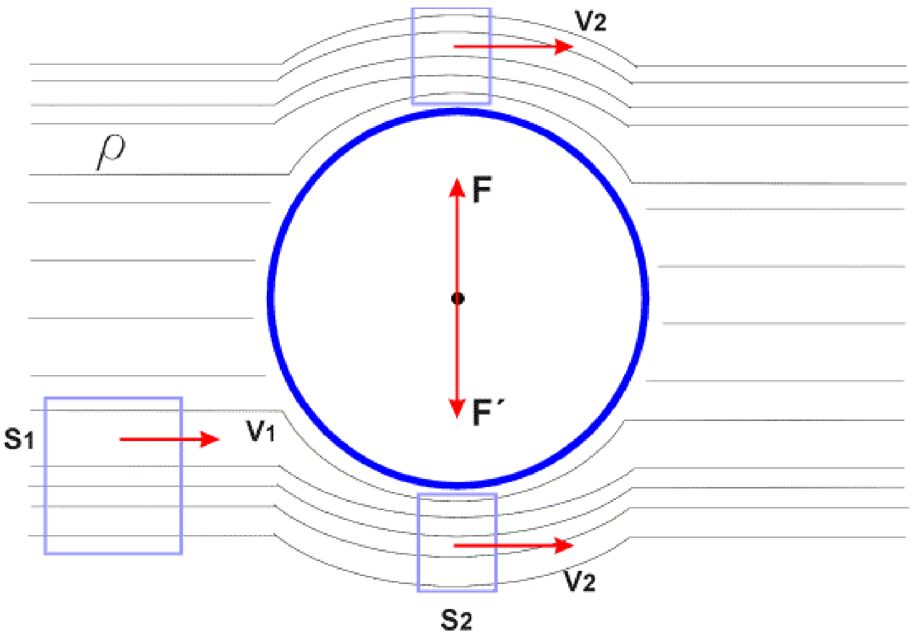
$$p_1 + \quad g\,h_1 + 1/2 \quad v^2{}_1 = p_2 + \quad g\,h_2 + 1/2 \quad v^2{}_2$$

Una de las consecuencias más importantes a tener en cuenta es que si en un fluido la velocidad aumenta su presión barométrica o estática disminuye.

El teorema de Bernoulli es valido para todo fluido estacionario, no viscoso e incompresible a través de un tubo de corriente.

2.1. -EJEMPLOS DE APLICACIÓN DEL TEOREMA DE BERNOULLI

2.1.1.- ESFERA DESPLAZÁNDOSE EN UN FLUIDO



Consideremos una esfera desplazándose en el seno de un fluido.

Si el flujo es laminar, la ecuación de continuidad nos dice que el producto de la densidad, la sección y la velocidad en un tubo de corriente es constante, por lo tanto como la sección S_2 disminuye, la velocidad debe aumentar, se cumple que:

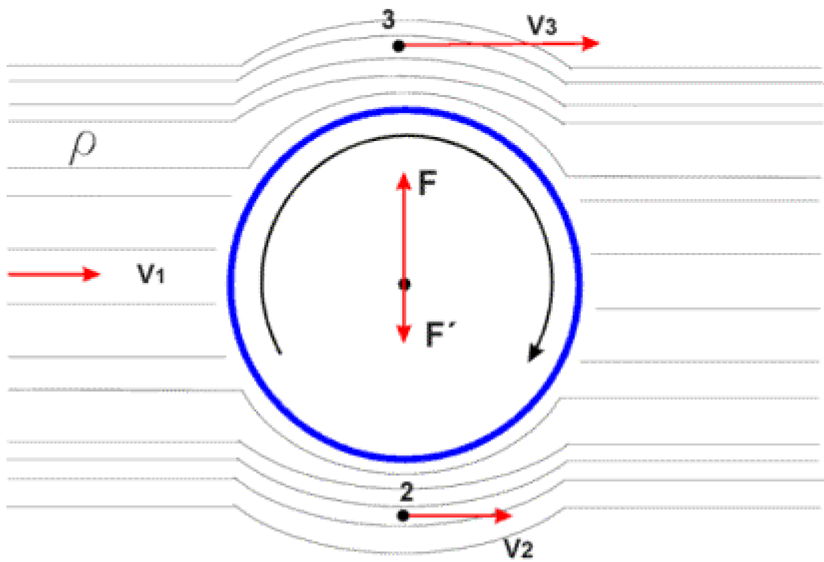
$$V_2 > V_1$$

El teorema de Bernoulli, nos dice que al aumentar la velocidad la presión disminuye, por lo tanto en las zonas donde la presión ha disminuido aparecerán unas fuerzas iguales en modulo, pero con sentido opuestos:

$$F = F'$$

Por lo tanto la esfera no experimentara ningún desvío en su trayectoria.

Consideremos el caso de que la esfera gira, sobre el eje perpendicular al dibujo:



Este giro, hace que arrastre una parte del fluido que hay a su alrededor. Así, la velocidad en el punto 3 de la figura será mayor que la existente en el punto 2.

$$V_3 > V_2$$

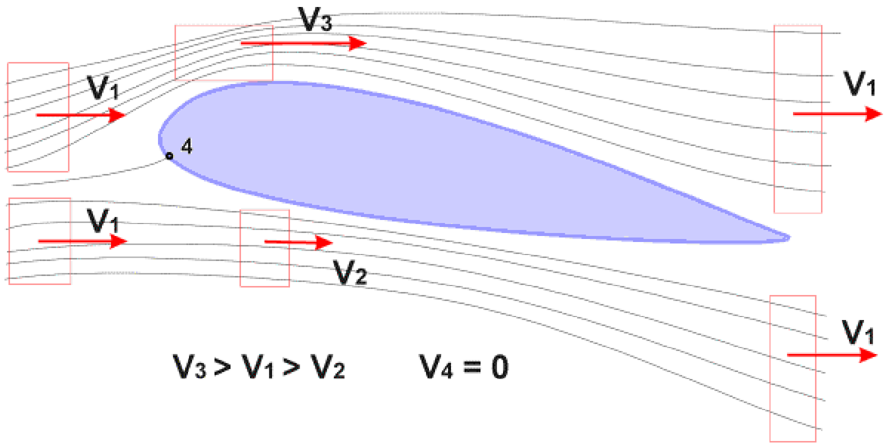
Por lo tanto al aplicar el teorema de Bernoulli las fuerzas debidas a la presión no son iguales:

$$F > F'$$

Por lo tanto aparece una fuerza aerodinámica neta, que tiende a desplazar la esfera en la dirección F. Esto se conoce con el nombre de *efecto Magnus*.

El *efecto Magnus* es bien conocido en muchos juegos de pelota, en los que se conoce con el nombre de "efecto".

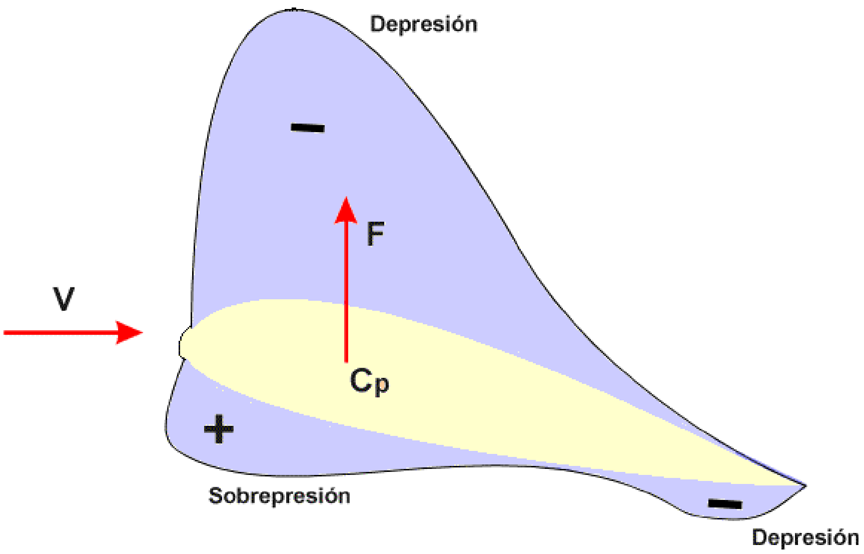
2.1.2.- PERFIL AERODINÁMICO



En la figura se representa el perfil del ala de un avión, con un determinado ángulo de ataque, dentro de una corriente de aire laminar.

Si aplicamos de una manera cualitativa la ecuación de continuidad y el teorema de Bernoulli, se llega a las siguientes conclusiones:

1. La máxima deformación de las líneas de corriente se produce en la zona superior del borde de ataque, por lo tanto hay un aumento de velocidad del fluido, consecuentemente, esto lleva implícito una disminución de presión, muy marcada en el borde de ataque, disminuyendo hacia el borde de fuga.
2. Justo por debajo del borde de ataque se aprecia una zona que no hay líneas de corriente (4), la velocidad del fluido en esta zona es nula, es la denominada zona de remanso. Por el teorema de Bernoulli la presión aumentará en el borde de ataque, encontrando una zona de sobrepresión, disminuyendo conforme se entra en el perfil hacia el borde de fuga.
3. Finalmente por debajo del perfil y cerca del borde de fuga, se produce un pequeño aumento de la velocidad y por lo tanto una pequeña depresión, que compensará en parte, la producida en la misma zona por encima del perfil.



El resultado de la distribución de presiones, a lo largo del perfil, es una fuerza dirigida hacia arriba, la componente de esta fuerza perpendicular a la velocidad del viento será la sustentación (F) que se encontrará aplicada en el llamado *centro de presiones* (Cp).

Como se puede intuir, si variamos el ángulo de ataque, también variará la distribución de las líneas de corriente y en consecuencia las velocidades y la distribución de presiones a lo largo del perfil. Esto implicará una nueva distribución de fuerzas y una nueva resultante aplicada a un nuevo centro de presiones.

En pruebas en túneles de viento se establecen gráficas en las que se representan la variación de Cp respecto al ángulo de ataque del perfil alar.

BIBLIOGRAFÍA

ITO, T.; KOMURA, H. (1983) *Kites. The Science and the Wonder,* Tokio, Japan Publications Inc.

VEEN, H. van (1996), *The Tao of Kiteflying* Randallstown (USA), Aeolus Press. Inc.

WRIGHT, C. (1998) *Theory and Practice Kite Flight*, Londres, Middlesex University Press.